

DS – Sujet A
Inéquations et problèmes

Dans tout le devoir, le soin apporté à la justification des réponses et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante de l'évaluation des copies.

Exercice 1 : (6 points)

Voici le tableau de signes d'une fonction P.

x	-∞	-2	9	+∞
P(x)	+		○	-

1) Quelle est la valeur de x pour laquelle on ne peut pas calculer P(x) ? Justifier.

1 -2. Dble barre

2) Compléter par < ou > :

a) Lorsque $x < 9$, alors $P(x) \dots \dots 0$ b) $P(-10) \dots \dots P(10)$

1

3) Répondre aux affirmations suivantes par VRAI, FAUX, ON NE PEUT PAS SAVOIR (ONPPS). Justifier brièvement :

1 a) $P(0) = 4 \dots \dots$ ONPPS1 b) L'inéquation $P(x) \geq 0$ admet comme ensemble de solutions $] -\infty ; 9]$.. NON .., $P(-2)$ n'existe pas

1 c) P est une fonction affine ... NON

1 d) Le point A (9 ; 0) appartient à la courbe représentative de la fonction P .. VRAI .. $P(9) = 0$ **Exercice 2 : (4 points)** Une entreprise fabrique et vend un produit.On note $f(x)$ le coût de production, exprimé en milliers d'euros, de x tonnes de ce produit.Pour $0 \leq x \leq 10$, les études ont montré que $f(x) = x^3 - 11x^2 + 54x$.L'entreprise vend son produit 30 000 € la tonne. On note $R(x)$ la recette exprimée en milliers d'euros et $B(x)$ le bénéfice réalisé pour une vente de x tonnes de ce produit : $B(x) = R(x) - f(x)$.1 1. Expliquer pourquoi $R(x) = 30x$ et en déduire l'expression en fonction de x de $B(x)$. = $-x^3 + 11x^2 - 24x$

2. On veut déterminer les quantités de produit pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.

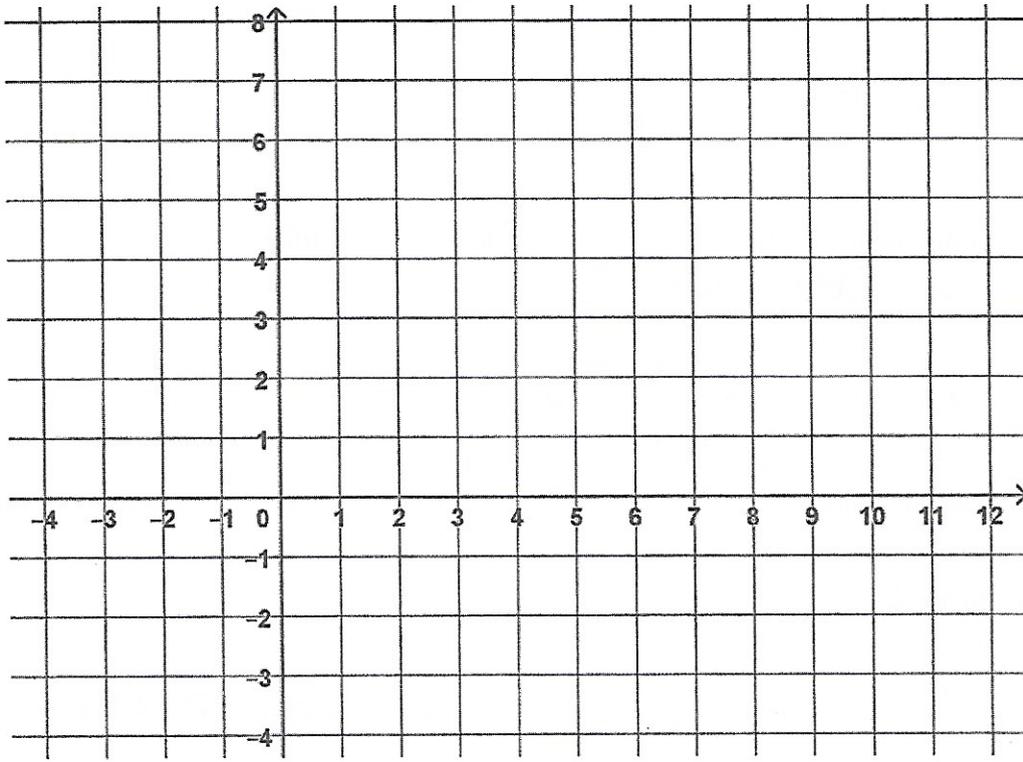
0,5 a) Développer $(x-3)(x-8)$.0,5 b) En déduire que $B(x) = -x(x-3)(x-8) = x^2 - 11x + 24$ 2 c) Résoudre alors algébriquement l'inéquation $B(x) > 0$. Conclure. $S =]3; 8[$

Exercice 3 : (7 points) Résoudre les inéquations suivantes :

3 1. $(3 - 4x)(x + 2) < 0$
 $] -\infty ; -2[\cup] \frac{3}{4} ; +\infty [$

4 2. $(3x - 1)(x + 2) - (x + 2)(5x + 7) \geq 0$
 $(x + 2)(-2x - 8) \geq 0$
 $[-4 ; -2]$

Exercice 4 : (3 points)



On a représenté ci-dessus deux fonctions f (en pointillés) et g (en traits pleins) sur l'intervalle $[-5 ; 8]$. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes (en approximant les valeurs si nécessaire) :

- a) $f(x) \leq g(x) : \dots [-1,5 ; 2]$
 b) $f(x) > 0 : \dots [-3,5 ; -1,5] \cup]2 ; 5]$
 c) $g(x) \leq 1 : \dots [-3,5 ; 2,5] \cup]1 ; 4]$

Bonus : Résoudre $\frac{9-3x}{3x+12} \geq 0$

		-4		3	
$9-3x$	+		+	0	-
$3x+12$	-	0	+		+
\mathbb{Q}	-		+	0	-
$S =]-4 ; 3]$					

DS - Sujet B*
Inéquations et problèmes

Dans tout le devoir, le soin apporté à la justification des réponses et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante de l'évaluation des copies.

Exercice 1 : (6 points) Voici le tableau de signes d'une fonction P .

x	$-\infty$	-1	7	$+\infty$
$P(x)$	-	○		+

1) Quelle est la valeur de x pour laquelle on ne peut pas calculer $P(x)$? Justifier.

1 Pour $x = 7$ car il y a une double barre

2) Compléter par $<$ ou $>$:

a) Lorsque $x < -2$ alors $P(x) \dots \dots 0$

1 b) $P(-6) \dots \dots P(6)$ car $P(-6) < 0$ et $P(6) > 0$

3) Répondre aux affirmations suivantes par VRAI, FAUX, ON NE PEUT PAS SAVOIR (ONPPS). Justifier brièvement.

1 a) $P(-3) = -9$... ONPPS : c'est possible car $P(-3) < 0$ mais on n'en connaît pas la valeur -

1 b) P est une fonction affine ... FAUX : il n'y avait pas de double barre -

1 c) Le point $A(0; -1)$ appartient à la courbe représentative de la fonction P ... FAUX : $P(0)$ est positif donc on ne peut pas avoir $P(0) = -1$.

1 d) L'inéquation $P(x) \geq 0$ admet comme ensemble de solutions $[-1; 7[\cup]7; +\infty[$... FAUX : c'est pour $x \in [-1; 7[\cup]7; +\infty[$ que $P(x) \geq 0$

Exercice 2 : (4 points) Une entreprise fabrique et vend un produit.

On note $f(x)$ le coût de production, exprimé en milliers d'euros, de x tonnes de ce produit.

Pour $0 \leq x \leq 10$, les études ont montré que $f(x) = x^3 - 11x^2 + 54x$.

L'entreprise vend son produit 30 000 € la tonne. On note $R(x)$ la recette exprimée en milliers d'euros et

$B(x)$ le bénéfice réalisé pour une vente de x tonnes de ce produit : $B(x) = R(x) - f(x)$.

1 1. Expliquer pourquoi $R(x) = 30x$ et en déduire l'expression en fonction de x de $B(x)$. $-x^3 + 11x^2 - 24x$

2. On veut déterminer les quantités de produit pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.

0,5 (a) Développer $(x-3)(x-8)$. $= x^2 - 11x + 24$

0,5 (b) En déduire que $B(x) = -x(x-3)(x-8)$. On a $B(x) = 30x - x^3 + 11x^2 - 54x$
 $= -x^3 - 24x + 11x^2 = -x(x^2 - 11x + 24)$
 $= -x(x-3)(x-8)$

2 (c) Résoudre alors algébriquement l'inéquation $B(x) > 0$. Conclure.

$S =]3; 8[$

Exercice 3 : (7 points) Résoudre les inéquations suivantes :

1. $(2x - 1)(3 + 7x) \geq 0$

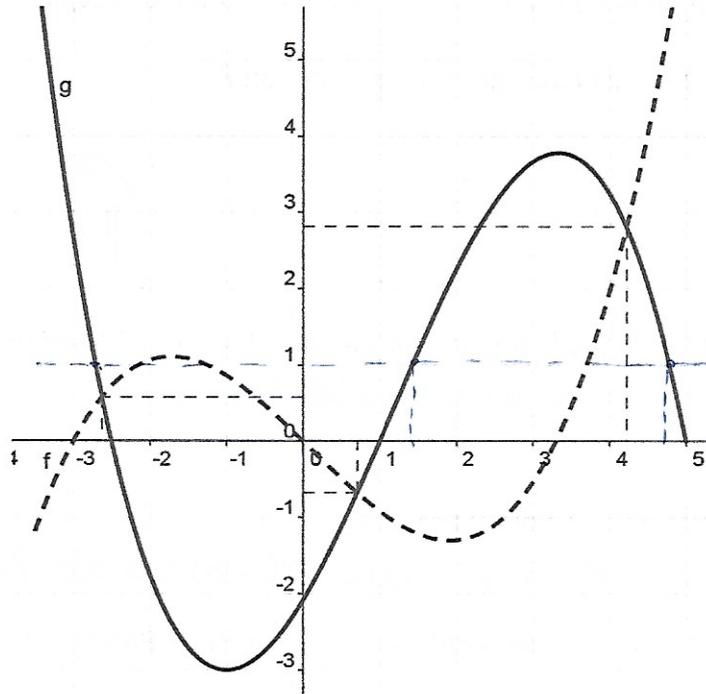
$3 //]-\infty; -\frac{3}{7}] \cup [\frac{1}{2}; +\infty[$

$(3 - 4x)(5x - 1) < 0$

2. $(3 - 4x)(x + 2) < (3 - 4x)^2$

$4 //]-\infty; \frac{1}{5}[\cup]\frac{3}{4}; +\infty[$

Exercice 4 : (3 points)



On a représenté ci-dessus deux fonctions f (en pointillés) et g (en traits pleins) sur l'intervalle $[-3, 5]$.

Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a) $f(x) \leq g(x) : x \in [-3, 5] \cup [0, 8] \cup [4, 2]$

$[-3; -1] \cup [1, 5; 5]$

b) $f(x) > 0 : x \in]-3; 0[\cup]3, 2; 5]$

$[-3, 5; -2[\cup]0, 5; 2, 5[$

c) $g(x) \leq 1 : x \in [-2, 9; 1, 3] \cup [4, 7; 5]$

$[-1, 5; 1] \cup [3, 5; 5]$

BONUS : Résoudre $\frac{10-3x}{2x+6} \geq 0$

E73 : 1)

	-3	$\frac{10}{3}$	
$10-3x$	+	+	-
$2x+6$	-	0	+
\mathbb{Q}	-	+	-

$S =]-3; \frac{10}{3}]$

2) $(3-4x)((x+2) - (3-4x)) < 0$
 $(3-4x)(x+2-3+4x) < 0$
 $(3-4x)(5x-1) < 0$