Exercice 2:

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3+2 = 5 \\ 3-1 = 2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 5+5 = 10 \\ 1+3 = 4 \end{pmatrix}$

8/8

$(5 \times 4) - (2 \times 10)$

$= 20 - 20$

$= 0$

1 Comme c'est égal à 0 la règle de colinéarité dit que les deux vecteurs ont alors la même direction donc les deux droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CT}\begin{pmatrix} 0+5 = 5 \\ -1+3 = 2 \end{pmatrix}$

$(10 \times 2) - (4 \times 5)$

$= 20 - 20$

$= 0$

1,5 Comme c'est égal à 0, d'après la règle de colinéarité cela signifie que les trois points C, D et T sont alignés.

3) $\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix} -1-3 = -4 \\ y-3 = y-3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -2-3 = -5 \\ 1-3 = -2 \end{pmatrix}$

$(-4\times(-2)) - ((y-3)(-5)) = 0$

$(8) - (-5y + 15) = 0$

$8 + 5y - 15 = 0$

$-7 + 5y = 0$

$5y = 7$

$y = \frac{7}{5}$

1,5

y est égal à $\frac{7}{5}$

4) $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} -2 - x_M \\ 1 - y_M \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} 3 - x_M \\ 3 - y_M \end{pmatrix}$

$3\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} -6 - 3x \\ 3 - 3y \end{pmatrix}$ $4\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} 12 - 4x \\ 12 - 4y \end{pmatrix}$

$-6 - 3x + 12 - 4x = 0$

$6 - 7x = 0$

$-7x = -6$

$x = \frac{-6}{-7} = \frac{6}{7}$

$3 - 3y + 12 - 4y = 0$

$15 - 7y = 0$

$-7y = -15$

$y = \frac{-15}{-7}$

1,5 TB.

Les coordonnées du point M sont $M\left(\frac{-6}{-7} ; \frac{-15}{-7}\right)$ soit $M\left(\frac{6}{7} ; \frac{15}{7}\right)$

5) a) Cela signifie que $\overrightarrow{TC} = \overrightarrow{CE}$

$\overrightarrow{TC}\begin{pmatrix} -5 - 0 = -5 \\ -3 + 1 = -2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix} x + 5 \\ y + 3 \end{pmatrix}$

$x + 5 = -5$

$x = -10$

1,5

Les coordonnées de E sont $E(-10 ; -5)$

$y + 3 = -2$

$y = -5$

b) $x_R = \frac{x_A + x_C}{2}$ $y_R = \frac{y_A + y_C}{2}$

$x_R = \frac{-2-5}{2} = -\frac{7}{2}$ $y_R = \frac{1-3}{2} = -1$

$R\left(-\frac{7}{2} ; -1\right)$

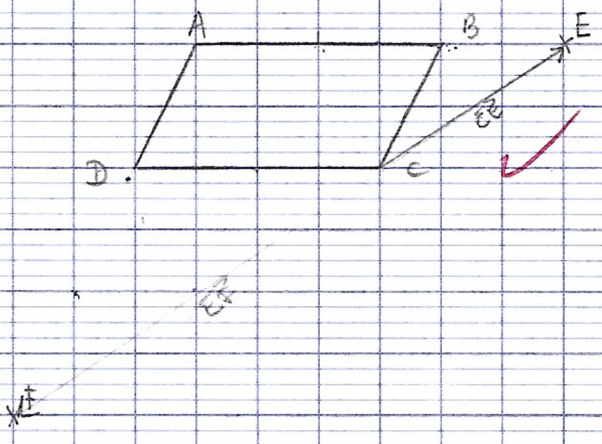
1 / 1.5

$\vec{ER}\begin{pmatrix} -\frac{7}{2} + 10 = \frac{13}{2} \\ -1+5 = 4 \end{pmatrix}$ $\vec{EB}\begin{pmatrix} 3+10 = 13 \\ 3+5 = 15 \; 8 \end{pmatrix}$ ⚠ Calcul

$\left(\frac{13}{2} \times 15\right) - (4 \times 13)$
$= \frac{195}{2} - 52$
$= \frac{91}{2}$

Comme ce n'est pas égal à 0 alors les points E, R, B ne sont pas alignés.

Exercice 3 :



b) $\vec{CE} = \vec{CB} + \frac{1}{2}\vec{AB}$
$\vec{CE} = \vec{DA} + \frac{1}{2}\vec{AB}$
$\vec{CE} = -\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AB}$

Comme ABCD est un parallélogramme alors les vecteurs opposés sont égaux 2 à 2.

$\vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AF}$
$= \left(\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{BA}\right) + 3\vec{AD}$
$= \frac{3}{2}\vec{BA} + 3\vec{AD}$
$= \frac{3}{2}\vec{AB} + 3\vec{AD}$

c) Les points C, E, F sont alignés car en effet, les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires. Leur coefficient k est égal à -3

$-3\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EF}$ ✓ TB !

4/4

Exercice 4:

$$\begin{cases} -3x + 4y = 17 \\ 5x + 6y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -15x + 20y = 85 \\ -15x - 18y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 38y = 76 \\ -15x - 18y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ -15x - 36 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ -15x = 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = \frac{45}{-15} = -3 \end{cases}$$ ✓

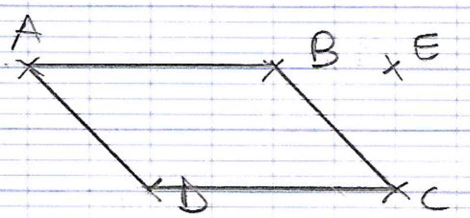
2,5/3

Ne pas oublier de conclure :

$S = \{(-3;2)\}$.

exercice 3 : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ $\quad \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$

a)



$\times$ F

b) $\overrightarrow{CE} = \overbrace{\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE}}^{\text{par la relat° de Chasles}}$ (avec $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$)

$= \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (avec $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$)

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

4/4

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$ (avec $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$)

$= \overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{AD}$ (avec $\overrightarrow{EA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BA}$)

$= \frac{3}{2}BA + 3\overrightarrow{AD}$

$= 3\overrightarrow{AD} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

TB!

D'où :

c) $\overrightarrow{EF} = -3\,\overrightarrow{CE}$

donc les points C, E, F sont alignés.

exercice 4 :

$$\begin{cases} -3x + 4y = 17 \\ 5x + 6y = -3 \end{cases} \quad \begin{matrix} L1 \times 6 \\ L2 \times 4 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} -18x + 24y = 102 \\ 20x + 24y = -12 \end{cases} \quad L1 - L2$$

$$\begin{cases} -38x = 114 \\ 5x + 6y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{114}{38} \\ 5x + 6y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ 5 \times (-3) + 6y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ -15 + 6y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ 6y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

$S = \{(-3 ; 2)\}$

3/3

DS – Vecteurs et systèmes - Sujet B

Exercice 1 : (5 points)

5/5

1. Simplifier les expressions vectorielles suivantes :

$\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{BC} =$ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{GC} + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{GC}$

(avec $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$)

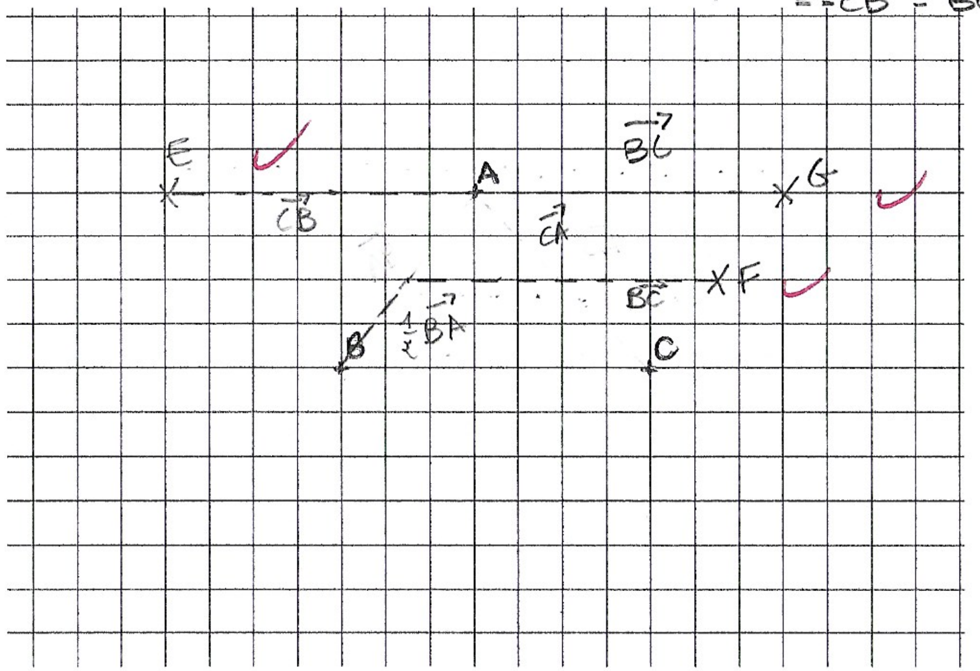
$2\overrightarrow{KN} + \overrightarrow{KA} - 2\overrightarrow{AN} =$ $2\overrightarrow{KN} + \overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KA}$

$= 3\overrightarrow{KA}$

2. Sur la figure ci-dessous, construire les points E, F et G tels que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$,

$\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{CB}$ $= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{CB}$

$= -\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$



Dans un repère on donne $A(-2\ ;\ 1), B(3\ ;\ 3), C(-5\ ;\ -3)$,

$D(5\ ;\ 1)$ et $T\ (0\ ;\ -1)$.

On nomme K le point de coordonnées $(-1\ ;\ y)$.

1. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.
2. Les points C, D et T sont-ils alignés ? Justifier.
3. Calculer le réel y tel que les points B, K et A soient alignés. Justifier.
4. Calculer les coordonnées du point M tel que $3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Justifier.
5. (a) Calculer les coordonnées du point E symétrique de T par rapport au point C.

(b) Le point R est le milieu de [AC]. Les points E, R, B sont-ils alignés ? Justifier.

Exercice 3 : (6 points) Soit *ABCD* un parallélogramme.

On considère les points *E* et *F* tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$.

(a) Faire une figure.

(b) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$. Justifier.

(c) En déduire que les points *C*, *E* et *F* sont alignés.

Exercice 4 : (3 points) Résoudre le système suivant par la méthode de votre choix :

$$\begin{cases} -3x + 4y = 17 \\ 5x + 6y = -3 \end{cases}$$