# 2nde DM - Revisions devoir commun -

## Exercice 5 -

1) On développe =
$\frac{1}{2}(x+3)^2 - 1$
$= \frac{1}{2}(x^2+6x+9) - 1$
$= \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2} - \frac{2}{2}$
$= \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{7}{2} = f(x).$

2) $f(1) = \frac{1}{2} + 3 + \frac{7}{2} = 7.$

3) $f(x) = -1$
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+3)^2 - 1 = -1$
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+3)^2 = 0$
$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 0$
$\Leftrightarrow x+3 = 0$
$\Leftrightarrow x = -3.$
D'où $f(x) = -1$ pour $x = -3$.

4) f est un polynôme de degré 2 avec $a = \frac{1}{2}$ ie $a > 0$ donc la parabole qui le représente est tournée vers le haut !
D'où ses variations.
Le minimum de f est donné par sa forme canonique.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| variations de f | | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | |

5) $f(x) > \frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{7}{2} > \frac{7}{2}$
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + 3x > 0$
$\Leftrightarrow x(\frac{1}{2}x + 3) > 0$

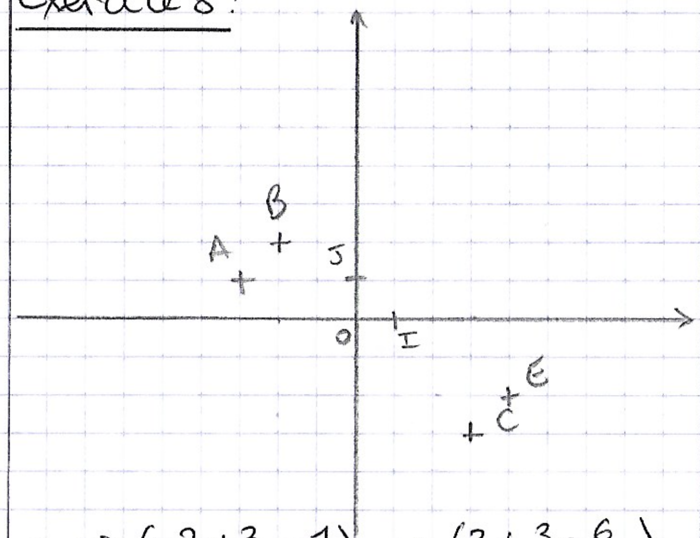
Valeurs frontières :
$x = 0$ $\quad \frac{1}{2}x + 3 = 0$
$\Leftrightarrow x = -6.$

D'où le tableau de signes :

| $x$ | $-\infty$ | | $-6$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $\frac{1}{2}x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x(\frac{1}{2}x+3)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Donc $f(x) > \frac{7}{2} \Leftrightarrow x \in ]-\infty; -6[ \cup ]0; +\infty[$

## Exercice 8 :




2) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2+3 = 1\\ 2-1 = 1\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}3+3 = 6\\ -3-1 = -4\end{pmatrix}$
$\vec{BC}\begin{pmatrix}3+2 = 5\\ -3-2 = -5\end{pmatrix}$

3) $AB = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$
$AC = \sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$
$BC = \sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}.$
D'où $BC^2 + AB^2 = AC^2$
et ABC est rectangle en B d'après la réciproque du théorème de Pythagore -

4) On a $E = t_{\vec{AB}}(C)$ donc $\vec{AB} = \vec{CE}$
Soit :
$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_E - 3\\ y_E + 3\end{pmatrix}$
D'où $x_E = 4$ et $y_E = -2$ : $E(4; -2)$

5) ACBD sera un parallélogramme si $\vec{AD} = \vec{CB}$
ie $\begin{pmatrix}x_D+3\\ y_D-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-5\\5\end{pmatrix}$ D'où $\begin{cases}x_D = -8\\ y_D = 6\end{cases}$
$D(-8; 6)$.

## Exercice 10 :

1) Pour $a = 3$, $b = 11$, $c = 14$ on a
$a^2 + b^2 = 9 + 121 = 130$
$c^2 = 14^2 = 156$
Donc l'algorithme affiche "Triplet non pythagoricien".
Pour $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$ on a
$a^2 + b^2 = 25 + 144 = 169$
$c^2 = 13^2 = 169.$
Donc l'algorithme affiche "Triplet pythagoricien".

2)

| $u$ | $v$ | $n$ | $u < 1{,}9$ | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | ✓ | |
| 1,5 | $\frac{1}{2}$ | 1 | ✓ | ← Entrée boucle |
| 1,75 | $\frac{1}{4}$ | 2 | ✓ | |
| 1,875 | $\frac{1}{8}$ | 3 | ✓ | |
| 1,9375 | $\frac{1}{16}$ | 4 | ✗ | → Sortie boucle |

L'algorithme affiche "4".

Rqe = On cherchait ici le premier entier n tel que $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \geq 1{,}9$