2nde Révisions du Devoir commun -

Exercice 1 =

Partie A : Abscisses arrondies à l'unité.

1) $f(7) \approx 750$.

2) $f(x) = 600$ pour $x \approx 1$, $x \approx 8$ et $x \approx 15$

3)

x	0	3	6	9	12	15	18
$f(x)$	100	1072	964	424	100	640	2692

4) $f(x) > 900$ pour $x \in]2;6[\cup]16;18]$

5) $B(x) = 0$ pour $x \approx 6,8$ et $x \approx 17,5$.

6)

x	0		3		13		18
$B(x)$	-100	$\searrow$	-700	$\nearrow$	1500	$\searrow$	-500

7) Le minimum de B sur $[0;18]$ est -700 atteint en $x = 3$ et le maximum est 1500 atteint en $x = 13$.

Partie B :

1) Coût pour 7 lots = 750 € d'après A1)

2) a) Il faut fabriquer 3; 4; 5; 17 ou 18 lots d'après A4)

b) On cherche le nombre de lots à produire pour que $B(x) > 0$. Il faut produire de 7 à 17 lots.

c) L'entreprise ne produisant que des nombres entiers de lots, le bénéfice ne peut être nul car $B(x) = 0$ pour $x \approx 6,8$ et $x \approx 17,5$.

d) Le bénéfice sera maximum pour 13 lots d'après A7).

Exercice 2 =

1)

	A	$\bar{A}$	Total
S	29%	29%	58%
$\bar{S}$	13%	29%	42%
Total	42%	58%	100%

2) $S \cup A$: "la personne a pris l'avion ou fait du ski".

3) Il s'agit de $P(\bar{S} \cap \bar{A})$ et d'après le tableau $P(\bar{S} \cap \bar{A}) = 29\%$.

Exercice 3 =

On peut représenter la situation par l'arbre suivant :

- Tête B
  - Buste B
    - Jbes B
    - Jbes R
  - Buste R
    - Jbes B
    - Jbes R
- Tête R
  - Buste B
    - Jbes B
    - Jbes R
  - Buste R
    - Jbes B
    - Jbes R.

Il y a donc 8 coloriages différents possibles.

2) La probabilité que le bonhomme ne soit que d'une couleur est =
$P(TB \cap BB \cap JB) + P(TR \cap BR \cap JR)$
$= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

Exercice 4 :

1)(a) Pour 50 pièces, on a donc $x = 5$ et le coût est :
$C(5) = 5^2 - 8 \times 5 + 18$
$= 3$ €

(b) La recette est donnée par le prix d'une pièce multiplié par le nombre de pièces produites. On produit $x \times 10$ pièces à 0,30€ chacune, donc
$R(x) = 0,30 \times x \times 10$
$= 3x$.

2)(a) $B(x) = R(x) - C(x)$
$= 3x - x^2 + 8x - 18$
$= -x^2 + 11x - 18$.

(b) On a $-(x-9)(x-2)$
$= -(x^2 - 2x - 9x + 18)$
$= -x^2 + 11x - 18$
$= B(x)$

(c) On doit résoudre $B(x) > 0$

x		2		4		9		10
$-x+9$	+				+	0	$-$	
$x-2$	$-$	0			+		+	
$B(x)$					+	0	$-$	

Le bénéfice est positif pour un nombre de pièces compris entre 40 et 90.

4) a) $B(x) = -x^2 + 11x - 18$. B est une fonction polynôme de degré 2. Pour trouver son maximum, on résout $B(x) = -18$.

$\iff -x^2 + 11x - 18 = -18$

$\iff -x^2 + 11x = 0$

$\iff x(-x+11) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 11$.

Par symétrie, l'abscisse du sommet de la parabole représentant B est : $x_s = \frac{11}{2} = 5,5$. (donc 55 pièces)

b) Le maximum de B (Bénéfice maximal) est :

$B(5,5) = -5,5^2 + 11 \times 5,5 - 18$
$= 12,25$

3) B est un polynôme de degré 2, avec $a = -1$ a négatif, donc la parabole qui représente B est tournée vers le bas.
D'où les variations de B sur $[4;10]$

x	4		5,5		10
$B(x)$	10	↗	12,25	↘	-8

Exercice 6 :

1)

x	-3		-1		0		2		5
$g(x)$	-1	↘		↘	-2	↗	$-1,5$	↘	-3

ou toute valeur comprise entre -2 et -1 (exclue)

2) g est décroissante sur $[-3;0]$
g est croissante sur $[0;2]$
g est décroissante sur $[2;5]$.

3) (a) Ce n'est pas possible car $g(-1)$ doit être compris entre -1 et -2. Or $-2,1 < -2$.

(b) Aline a raison : -2 a pour antécédent 0 et une autre valeur entre 2 et 5.

(c) Fatou a raison, $f(-2) > f(-1)$ car -2 et -1 sont dans $[-3;0]$ où f est décroissant.

(d) On peut dire que $-2 < g(2) \le -1$ car -1 est le maximum de g sur $[-3;5]$ et g est croissante sur $[0;2]$ donc $g(2) > g(0)$ ie $g(2) > -2$.

(e) $g(x) > 3$ n'a pas de solution car pour tout $x \in [-3;5]$, $g(x) \le -1$ puisque -1 est le maximum de g sur $[-3;5]$.

Exercice 7 :

Partie A :

1) On a $\frac{1}{2}(x-4)^2 + 24$
$= \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16) + 24$
$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 + 24$
$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 32 = f(x)$

(2) $\forall x \in \mathbb{R}$, $(x-4)^2 \geq 0$
Donc $\frac{1}{2}(x-4)^2 \geq 0$
et $\frac{1}{2}(x-4)^2 + 24 \geq 24$
soit $f(x) \geq 24$.

De plus $f(4) = 24$ donc 24 est le minimum de f sur $\mathbb{R}$, atteint en 4.

(3) Prouvons que f est décroissante sur $]-\infty;4]$.
Soit x_1 et soit $x_2 \in]-\infty;4]$ tels que $x_1 < x_2$.
On a $x_1 < x_2 \leq 4$
Donc $x_1 - 4 < x_2 - 4 \leq 0$
et $(x_1-4)^2 > (x_2-4)^2$
D'où $\frac{1}{2}(x_1-4)^2 > \frac{1}{2}(x_2-4)^2$
et $\frac{1}{2}(x_1-4)^2 + 24 > \frac{1}{2}(x_2-4)^2 + 24$
soit $f(x_1) > f(x_2)$
D'où f est décroissante sur $]-\infty;4]$

Preuve hors Programme (pour rappel seulement)

(3) f est un polynome de degré 2 avec $a = \frac{1}{2}$ donc $a > 0$, donc la parabole qui représente f est tournée vers le haut.
D'où le tableau :

x	$-\infty$	0	4	8	$+\infty$
$f(x)$	↘	32	24	32	↗

(Minimum expliqué en A) 2))

4) $f(x)=24$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2+24=24$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2=0$

$\Leftrightarrow (x-4)^2=0$

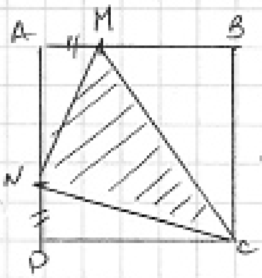
$\Leftrightarrow (x-4)=0$

$\Leftrightarrow x=4$

$S=\{4\}$.

Partie B =

1) Comme $M\in[AB]$ et que $AB=8$ alors $x=AM\leq 8$.
De plus $AM\geq 0$ car c'est une distance.
D'où $x\in[0;8]$



2) $\mathcal{A}_{CMN}=\mathcal{A}_{ABCD}-\mathcal{A}_{AMN}-\mathcal{A}_{MBC}-\mathcal{A}_{NDC}$

$=64-\frac{x(8-x)}{2}-\frac{8(8-x)}{2}-\frac{x\times 8}{2}$

Soit $\mathcal{A}(x)=64-\frac{1}{2}(8x-x^2+64-8x+8x)$

$=64-\frac{1}{2}(-x^2+8x+64)$

$=64+\frac{1}{2}x^2-4x-32$

$=\frac{1}{2}x^2-4x+32$.

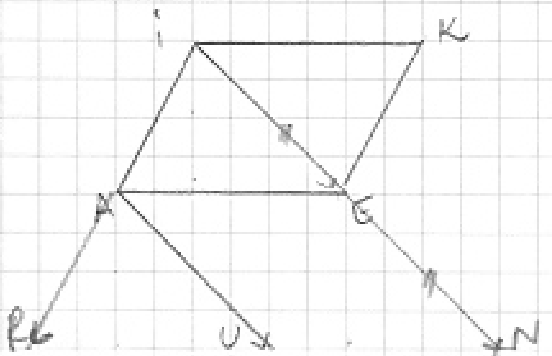
On reconnait $\mathcal{A}(x)=f(x)$.

3)(a) D'après (2) de la partie A, $\mathcal{A}(x)$ est décroissante sur $[0;4]$ et croissante sur $[4;8]$.

(b) Il faudrait que $\mathcal{A}(x)=\frac{1}{3}\times 64\simeq 21{,}1$.
Or on a $\mathcal{A}(x)=f(x)$ et $f(x)\geq 24$ d'après (A)(2).
D'où il n'est pas possible que l'aire de CMN soit le tiers de l'aire du carré.

(c) Il faut que $\mathcal{A}(x)=64$ ie $f(x)=24$.
Or $f(x)=24$ pour $x=4$ d'après (A)(4).
Donc l'aire de CMN vaut $24\,cm^2$ lorsque $AM=4$ cm ie pour M milieu de [AB].

Exercice 9 =



1) 2)(a) On a $t_{\vec{IE}}(A)=U$ donc : $\vec{AU}=\vec{IE}$.
D'où IEUA est un parallélogramme et donc $\vec{EU}=\vec{IA}$.

Or IKEA est un parallélogramme, donc $\vec{IA}=\vec{KE}$.

Par suite $\vec{EU}=\vec{IA}=\vec{KE}$.

(b) $\vec{EU}=\vec{KE}$ donc E est le milieu de [KU].

3)

4) N symétrique de I par rapport à E donc E est le milieu de [IN] et par suite E est le milieu des diagonales de IKNU.
Par suite IKNU est un parallélogramme.

5) 6) $\vec{AE}=\vec{IK}$ car IKEA llgme

Or $\vec{IK}=\vec{UN}$ car IKNU llgme donc $\vec{AE}=\vec{UN}$.

$R=t_{\vec{KE}}(A)$ donc $\vec{KE}=\vec{AR}$.
Or $\vec{KE}=\vec{EU}$.
Donc $\vec{AR}=\vec{EU}$ et AEUR est un parallélogramme.
D'où $\vec{AE}=\vec{RU}$

7) On a $\vec{AE}=\vec{RU}$ et $\vec{AE}=\vec{UN}$
D'où $\vec{RU}=\vec{UN}$
et par suite U est le milieu de [RN].