# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

## Bac blanc – mars 2018

# MATHÉMATIQUES

Série : **ES/L**

Durée de l'épreuve : **3 heures**

Coefficient ES: **5**
Coefficient L (spécialité): **4**

***Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.***
***L'utilisation d'une calculatrice est autorisée***
***(une seule calculatrice sur la table).***

*Le sujet est composé de QUATRE exercices indépendants.*
*Le candidat doit traiter tous les exercices.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

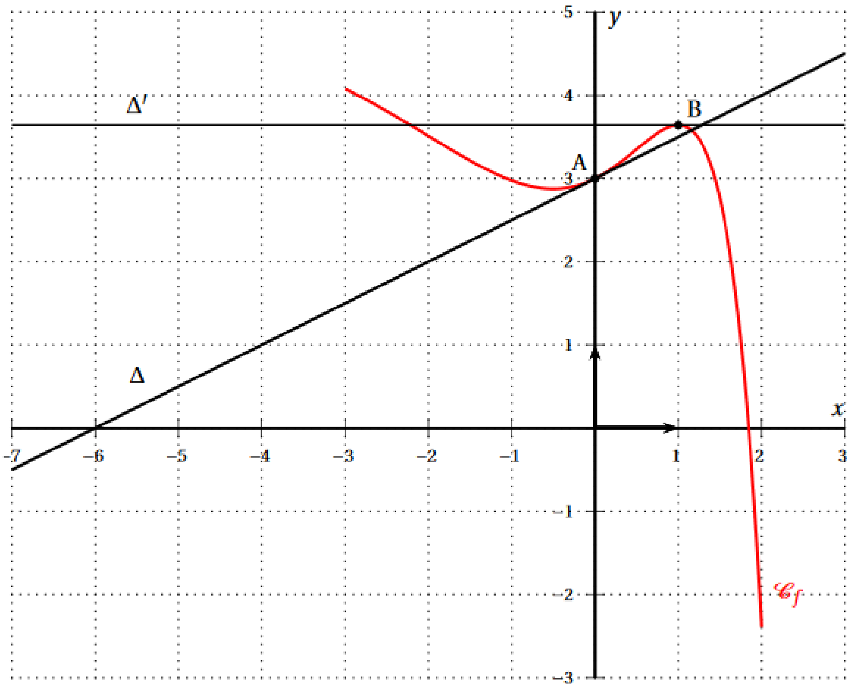
*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

# EXERCICE 1 (4 points)

On donne ci-dessous la courbe représentative $C_f$ d'une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$. On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.

Le point A de coordonnées $(0\ ;\ 3)$ appartient à la courbe $C_f$.

B est le point d'abscisse 1 appartenant à la courbe $C_f$.




On dispose des informations suivantes :

• la fonction $f$ est strictement décroissante sur les intervalles $[-3\ ;\ -0{,}5]$ et $[1;\ 2]$ et elle est strictement croissante sur $[-0{,}5\ ;\ 1]$;

• la droite Δ d'équation $y = 0{,}5x+3$ est tangente à la courbe $C_f$ au point A;

• la tangente Δ′ à la courbe $C_f$ au point B est parallèle à l'axe des abscisses.

*Chaque réponse devra être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte pas de point.*

**1.** Donner la valeur de $f'(0)$.

**2.** Quel est le signe de $f'(-2)$ ?

**3.** Le point A est-il un point d'inflexion de la courbe $C_f$ ?

**4.** Déterminer un encadrement par deux entiers consécutifs de $\int_0^1 f(x)\,dx$.

# EXERCICE 2 (5 points)

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.

L'enquête révèle que 57% des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 90% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 15% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

— M: l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi;

— E: l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

*Si nécessaire, les résultats seront donnés en valeur approchée à $10^{-4}$ près.*

**1.** Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

**2.** Calculer $P(M \cap E)$ la probabilité de l'évènement $M \cap E$.

**3.** Montrer que $P(E)=0{,}5775$.

**4.** On interroge au hasard un élève qui souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Quelle est la probabilité qu'il soit favorable à une pause plus longue le midi ?

**5.** On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.

**a.** Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

**b.** Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

**c.** Calculer la probabilité qu'au moins trois élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

# EXERCICE 3 (5 points)

Une association décide d'ouvrir un centre de soin pour les oiseaux sauvages victimes de la pollution. Leur but est de soigner puis relâcher ces oiseaux une fois guéris.

Le centre ouvre ses portes le 1$^{er}$ janvier 2018 avec 124 oiseaux.

Les spécialistes prévoient que 40 % des oiseaux présents dans le centre au 1$^{er}$ janvier d'une année restent présents le 1$^{er}$ janvier suivant et que 150 nouveaux oiseaux sont accueillis dans le centre chaque année.

On s'intéresse au nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1$^{er}$ janvier des années suivantes.

La situation peut être modélisée par une suite $(u_n)$ admettant pour premier terme $u_0=124$, le terme $u_n$ donnant une estimation du nombre d'oiseaux l'année $2018+n$.

**1.** Calculer $u_1$ et $u_2$. Avec quelle précision convient-il de donner ces résultats ?

**2.** Les spécialistes déterminent le nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1$^{er}$ janvier de chaque année à l'aide d'un algorithme.

**a.** Dans les trois algorithmes ci-dessous, $U$ est un nombre réel, $i$ est un nombre entier et $n$ est un nombre entier saisi par l'utilisateur.
Parmi ces trois algorithmes, seul l'algorithme 3 permet d'estimer le nombre d'oiseaux présents au 1$^{er}$ janvier de l'année $2018+n$.
Expliquer pourquoi les deux premiers algorithmes ne donnent pas le résultat attendu.

```
Pour i allant de 1 à n
    U ← 124
    U ← 0,4×U + 150
Fin Pour
```

**Algorithme 1**

```
U ← 124
Pour i allant de 1 à n
    U ← 0,6×U + 150
Fin Pour
```

**Algorithme 2**

```
U ← 124
Pour i allant de 1 à n
    U ← 0,4×U + 150
Fin Pour
```

**Algorithme 3**

**b.** Justifier que, pour tout entier naturel $n$, on a : $u_{n+1} = 0,4u_n+150$ .

**3.** On considère la suite $(v_n)$ définie pour tout entier naturel $n$ par $v_n = u_n - 250$.

**a.** Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique de raison 0,4. Préciser $v_0$.

**b.** Exprimer, pour tout entier naturel $n$, $v_n$ en fonction de $n$.

**c.** En déduire que pour tout entier naturel $n$, $u_n = 250-126\times0,4^n$ .

**d.** La capacité d'accueil du centre est de 250 oiseaux. Est-ce suffisant? Justifier la réponse.

**4.** Chaque année, le centre touche une subvention de 15 euros par oiseau présent au 1$^{er}$ janvier. Calculer le montant total des subventions perçues par le centre entre le 1$^{er}$ janvier 2018 et le 31 décembre 2023 si l'on suppose que l'évolution du nombre d'oiseaux se poursuit selon les mêmes modalités durant cette période.

# EXERCICE 4 (6 points)

Soit la fonction $f$ définie sur $[-2 ; 1]$ par $f(x) = (-x+1)e^{3x}$.
On note $f'$ la dérivée de la fonction $f$, et $C_f$ la courbe représentative de $f$ dans un repère.

**Partie A**

**1.** Montrer que $f'(x) = (-3x+2)e^{3x}$.

**2.** En justifiant, dresser le tableau de variation complet de la fonction $f$.

**3.** Déterminer une équation de la tangente à $C_f$ au point d'abscisse 0.

**4.** Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet exactement deux solutions ($\alpha$ et $\beta$) sur l'intervalle $[-2 ; 1]$.
On admet que $\alpha \simeq 0{,}40$. Donner une valeur approchée de $\beta$ à $10^{-2}$ près.

**Partie B**

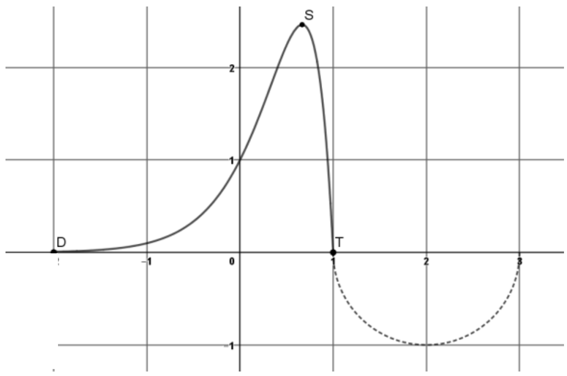
**1.** Montrer que $f''(x) = (-9x+3)e^{3x}$.

**2.** En déduire que la courbe $C_f$ admet un point d'inflexion dont on donnera les coordonnées.

**Partie C**

Un ingénieur spécialisé dans la conception de manèges à sensations travaille sur un projet de « montagnes russes ». Son projet est représenté sur le schéma ci-dessous.

L'unité sur chaque axe représente 10 mètres.
Du point de départ D d'abscisse -2 jusqu'au point T d'abscisse 1 représentant l'entrée du tunnel souterrain, le profil de la courbe de cette attraction est modélisé par la fonction $f$ étudiée dans les parties A et B.
Le point S représente le sommet de l'attraction, point à partir duquel les wagons sont libérés dans la pente.




**1.** À quelle hauteur les wagons sont-ils libérés ?

**2.** Interpréter la résultat de la question B2 en terme de pente du manège.

**3.** Arthur, 10 ans, sait qu'il a le vertige dès qu'il dépasse 20 m de hauteur.
Sa mère sera juste en-dessous de lui pour l'encourager dès que les wagons seront à plus de 20 m de hauteur.
À quelle distance du point D doit se positionner la mère d'Arthur ?