Bac Blanc Mars 2018 - TES / L - Éléments de correction

Exercice 1 :

① $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en A, donc le coefficient directeur de Δ : $f'(0) = 0,5$ (1)

② $f'(-2)$ est négatif car sur $[-3 ; -0,5]$, f est décroissante et donc sa dérivée est négative. (1)

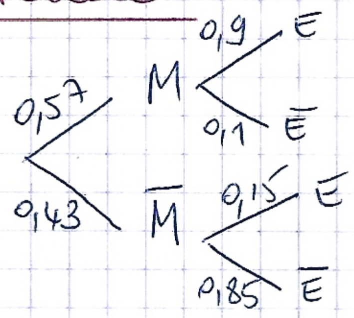
③ A n'est pas un point d'inflexion de $\mathcal{C}_f$ car la tangente à $\mathcal{C}_f$ en A est entièrement située sous $\mathcal{C}_f$. (1)

④ Il suffit de "compter les carreaux" pour encadrer l'aire comprise entre $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$. (1)

On a alors $3 < \int_0^1 f(x)\,dx < 4$

Exercice 2 :

①



(0,5)

② $P(M \cap E) = P_M(E) \times P(M) = 0,9 \times 0,57 = 0,513$ (0,5)

③ $P(E) = P_M(E) \times P(M) + P_{\overline{M}}(E)\,P(\overline{M})$ d'après la formule des probabilités totales.

$= 0,513 + 0,15 \times 0,43$

$= 0,5775$ (1)

④ On cherche $P_E(M) = \dfrac{P(E \cap M)}{P(E)} = \dfrac{0,513}{0,5775} \simeq 0,8883$ à 10^{-4} près (1)

⑤ ⓐ On répète 4 fois l'expérience aléatoire de choisir un élève au hasard avec deux résultats possibles : il souhaite une répartition plus étalée (succès), avec une probabilité de 0,5775, ou pas. X compte le nombre de succès et suit une loi binomiale de paramètres 4 et 0,5775 : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(4 ; 0,5775)$ (0,5) (1)

(b) Il s'agit de calculer $P(X=0)$: $p=0,5775$, $1-p=0,4225$

Or $P(X=0)=0,4225^4 \simeq \underline{0,0319}$ (0,75)

(c) On cherche ici $P(X \geq 3)$.

Or $P(X\geq 3)= P(X=4)+p(X=3)$

$= 0,5775^4 + 4 \times 0,5775^3 \times 0,4225^1$ (0,75)

$\simeq \underline{0,4367}$

Exercice 3 :

(1) On a $u_1 = 40\% \times u_0 + 150 = 0,4 \times 124 + 150 = \underline{199,6} \simeq 200$

Donc on approxime u_1 à 200 oiseaux en 2019

et $u_2 = 0,4 u_1 + 150 = \underline{229,84 \simeq 230}$

Donc il y a 230 oiseaux en 2020. (0,75)

(2) (a) L'algorithme 1 réinitialise U à 124 à chaque boucle. Donc il ne calcule que u_1.

L'algorithme 2 calcule le terme suivant en prenant 60% du terme précédent et non 40%. (0,5)

(b) Si u_n est le nombre d'oiseaux à l'année 2018+n, il faut en prendre 40%, donc $0,4u_n$ et y ajouter les 150 nouveaux oiseaux accueillis chaque année. (0,5)

Donc $\underline{u_{n+1} = 0,4u_n + 150}$.

(3) (a) $v_n = u_n - 250$ donc $v_{n+1} = u_{n+1} - 250$ (1,25)

$= 0,4u_n + 150 - 250$

$= 0,4u_n - 100$

$= 0,4(u_n - 250)$

$= \underline{0,4 v_n}$

Donc (v_n) est géométrique,

de raison 0,4 et premier terme $v_0 = u_0 - 250 = -126$

(b) On a $v_n = v_0 \times q^n = \underline{-126 \times 0,4^n}$. (0,5)

(c) Alors $u_n = v_n + 250 = \underline{-126 \times 0,4^n + 250}$ (0,25)

(d) Lorsque n tend vers $+\infty$, donc après un grand nombre

d'années, $0,4^n$ se rapproche de 0.
Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 250$.
Par ailleurs, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n < 250$.
Donc <u>la capacité du centre sera bien suffisante</u>. (0,5)

4) 1er janvier 2018 : $u_0 = 124$
" " 2019 : $u_1 = 199,6 \simeq 200$ oiseaux
2020 : $u_2 = 229,84 \simeq 230$ oiseaux.
2021 : $u_3 \simeq 241,94 \simeq 242$ oiseaux
2022 : $u_4 \simeq 246,77 \simeq 247$ oiseaux
2023 : $u_5 \simeq 248,71 \simeq 249$ oiseaux

Total : 1168

La subvention de 15 € a été touchée 1168 fois :
Or $1168 \times 15 = 17520$
<u>Conclusion</u> : le montant total des subventions est de 17520€

Exercice 4 :

Partie A :

1) On a $f(x) = (-x+1)e^{3x}$ donc $f'(x) = -1\,e^{3x} + (-x+1)3e^{x}$
$= e^{3x}(-1 + 3(-x+1))$
$= e^{3x}(-3x+3-1)$
$= e^{3x}(-3x+2)$ (0,5)

2) Pour tout réel x, $e^{3x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $(-3x+2)$; d'où les variations de f :

x	-2		$\frac{2}{3}$		1
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	$3e^{-6}$	$\nearrow$	$\frac{1}{3}e^{2}$	$\searrow$	0

(1)

③ $T_0 : y = f'(0)(x-0) + f(0) = 2x+1$ (0,5)

④ • Sur l'intervalle $[-2; \frac{2}{3}]$, f est continue et strictement croissante et 2 est compris entre $f(-2) \simeq 0{,}007$ et $f(\frac{2}{3}) \simeq 2{,}47$. D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur $[-2; \frac{2}{3}]$.

• Même raisonnement sur $[\frac{2}{3}; 1]$ avec f strictement décroissante. Il y a donc une unique solution à $f(x) = 2$ sur $[\frac{2}{3}; 1]$.

• A l'aide de la calculatrice avec :

$Y_1 = (-x+1)e^{3x}$

$Y_2 = 2$

Puis $\boxed{\text{calculs}}$ $\boxed{\text{Intersect}}$ on obtient $\beta \simeq 0{,}84$ à 10^{-2} près.

(L'énoncé donne $\alpha \simeq 0{,}4$).

Partie B:

① $f''(x) = -3e^{3x} + (-3x+2)3e^{3x} = e^{3x}(-3-9x+6)$

$= e^{3x}(3-9x)$ (0,5)

② Le signe de f'' est le même que celui de $3-9x$, d'où le tableau :

x	-2		$\frac{1}{3}$		1
Signe de $f''(x)$		$+$	0	$-$	

(1)

D'où f'' s'annule en $\frac{1}{3}$ en changeant de signe. C_f a donc un point d'inflexion en $\frac{1}{3}$. Son ordonnée est $f(\frac{1}{3}) = \frac{2}{3}e$

Soit $A(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}e)$.

Partie C :

① Les wagons sont libérés à $\frac{1}{3}e^2 \times 10 \simeq 24{,}63$ mètres. (0,5)

② A partir du point d'inflexion (à 23,33 m du départ environ), la pente du manège augmente (0,5)

(0,5)

③ On a vu que la plus petite solution de $f(x) = 2$ (soit 20m) est $\alpha \simeq 0{,}40$. La mère d'Arthur doit se placer à $20+4 = 24$m du départ