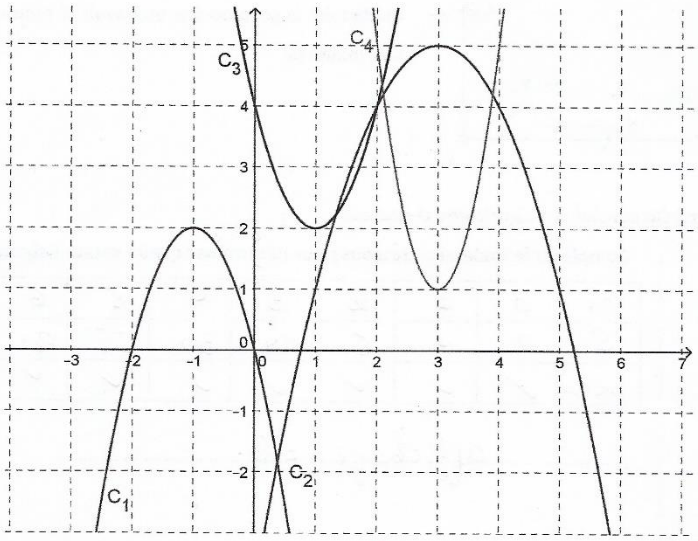
2nde8 **NOM : ....** **6 Février 2018**

DS Fonctions carré et trinômes – Sujet A

Exercice 1 : (3 points) Parmi les courbes C_1, C_2, C_3 et C_4 ci-dessous, identifier celle représentant chacune des fonctions suivantes, en expliquant le raisonnement (*il y a volontairement plus de courbes que de fonctions*).

$f(x) = 2(x-1)^2 + 2$ Courbe : C_3 ($S(1;2)$) $g(x) = -x^2 + 6x - 4$ Courbe : C_2 ($h(3)=5$)

$h(x) = 2x^2 - 12x + 19$ Courbe : C_4 ($f(3)=1$)



Exercice 2 : (4 points) Résoudre les équations suivantes :

1. $(-3x+1)^2 = 4$
2. $(3x-1)(4x+2) - (2x+1)(3x-1) = 0$

1) $-3x+1 = 2$ ou $-3x+1 = -2$
$-3x = 1$ ou $-3x = -3$ $S = \{-\frac{1}{3} ; 1\}$
$x = \frac{-1}{3}$ ou $x = 1$

2) $(3x-1)((4x+2)-(2x+1)) = 0$
$(3x-1)(2x+1) = 0$
$3x-1 = 0$ ou $2x+1 = 0$ $S = \{-\frac{1}{2} ; \frac{1}{3}\}$
$x = \frac{1}{3}$ ou $x = -\frac{1}{2}$

Exercice 3 : (7 points)

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 6x - 3$

2 1. Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = 3(x+1)^2 - 6$. Comment s'appelle cette forme de $f(x)$?

2 2. Prouver que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq -6$.

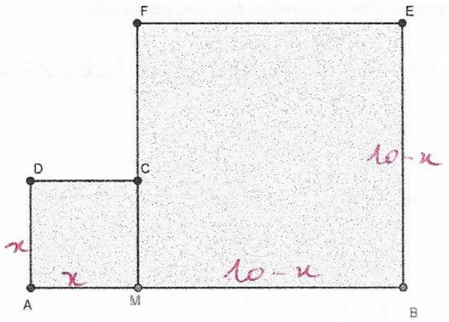
3. En déduire que la fonction f admet un minimum et préciser pour quelle valeur de x il est atteint.

1,5 4. Donner le tableau de variations de f. Expliquer brièvement.

1,5 5. Montrer que le point $A(1 ; 6)$ appartient à la parabole représentant f. En déduire l'autre nombre dont l'image par f est 6 . Justifier. 1

Exercice 4 : (3 points)

Soit $[AB]$ un segment de longueur 10 cm. On place un point M mobile sur $[AB]$ et on construit deux carrés de cotés respectifs $[AM]$ et $[MB]$. On appelle x la longueur du segment $[AM]$.



(a) Justifier que l'aire totale des deux carrés est donnée par $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 20x + 100$.

(b) Déterminer les variations de l'aire en fonction de x et en déduire la position que doit avoir M pour que l'aire totale soit minimale.

Exercice 5 : (3 points) On considère l'algorithme ci-dessous.

```
def f(x):
    y=x**2
    return y

S=0
n=0

while S<150 :
    n=n+1
    S=S+f(n)

print(n)
```

Compléter le tableau ci-dessous pour déterminer quelle valeur l'algorithme affiche.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
S	0	1	5	14	30	55	91	140	204
S<150	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗

........affichage n = 8........

Bonus 1 : Déterminer la forme canonique de la fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = -2x^2 + 5x - 1$

Bonus 2 : Démontrer les variations de g sur l'un des deux intervalles où elle est monotone.

Ex3 : 1) $3(x+1)^2 - 6 = 3(x^2+2x+1) - 6$
$= 3x^2+6x+3-6$
$= 3x^2+6x-3 = f(x)$

C'est la forme canonique de f.

2) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x+1)^2 \geqslant 0$
donc $3(x+1)^2 \geqslant 0$
et $3(x+1)^2 - 6 \geqslant -6$.
$f(x) \geqslant -6$.

3) De plus $f(-1) = -6$. Donc -6 est le minimum de f, atteint en -1.

4) $a = 3 > 0$
D'où les variations :

x		-1	
$f(x)$	↘	-6	↗

5) $f(1) = 3+6-3 = 6$. Donc $A(1;6)$ est bien sur $\mathcal{C}_f$. Par ailleurs, en utilisant la symétrie de $\mathcal{C}_f$, $f(-3) = f(1)$.

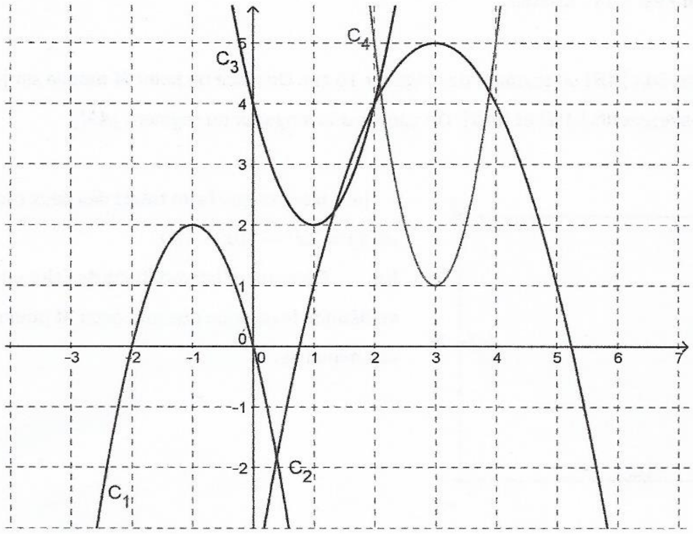
2nde8 NOM : .... 6 Février 2018

DS Fonctions carré et trinômes – Sujet B

Exercice 1 : (3 points) Parmi les courbes C_1, C_2, C_3 et C_4 ci-dessous, identifier celle représentant chacune des fonctions suivantes, en expliquant le raisonnement (*il y a volontairement plus de courbes que de fonctions*).

$f(x) = 2x^2 - 12x + 19$ Courbe : ....C4 ($f(3)=1$).... $g(x) = 2(x-1)^2 + 2$ Courbe : ....C3 ($S(1;2)$)

$h(x) = -x^2 + 6x - 4$ Courbe : ....C2 ($h(3)=5$)



Exercice 2 : (3 points) On considère l'algorithme ci-dessous.

Compléter le tableau ci-dessous pour déterminer quelle valeur l'algorithme affiche.

```
def f(x):
    y=x**2
    return y

S=0
n=0

while S<100 :
    n=n+1
    S=S+f(n)

print(n)
```

n	0	1	2	3	4	5	6	7	
S	0	1	5	14	30	55	91	140	
S<100	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	

.............................affichage n = 7...............................

Exercice 3 : (4 points)

Résoudre les équations suivantes

1. $(-4x+2)^2 = 9$
2. $(3x-1)(4x+2) - (4x+2)(5x+1) = 0$

1) $-4x+2=3$ ou $-4x+2=-3$
$-4x=-1$ $-4x=-5$
$x=\frac{-1}{4}$ $x=\frac{5}{4}$
$S=\{-\frac{1}{4};\frac{5}{4}\}$

2) $(4x+2)\big((3x-1)-(5x+1)\big)=0$
$(4x+2)(-2x-2)=0$
Soit $4x+2=0$ soit $-2x-2=0$
$x=-\frac{1}{2}$ $x=-1$
$S=\{-1;-\frac{1}{2}\}$

Exercice 4 : (7 points)

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 4x - 8$

2 **1.** Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = -2(x+1)^2 - 6$. Comment s'appelle cette forme de $f(x)$?

2. Prouver que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq -6$.

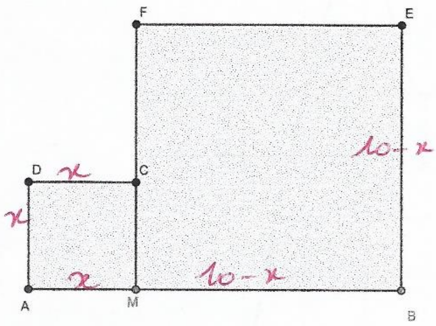
2 **3.** En déduire que la fonction f admet un maximum et préciser pour quelle valeur de x il est atteint.

1,5 **4.** Donner le tableau de variations de f. Expliquer brièvement.

5. Montrer que le point $A(1\,;-14)$ appartient à la parabole représentant f. En déduire l'autre nombre dont

1,5 l'image par f est -14 . Justifier.

1 **Exercice ~~4~~ 5 : (3 points)** Soit $[AB]$ un segment de longueur 10 cm. On place un point M mobile sur $[AB]$ et on construit deux carrés de cotés respectifs $[AM]$ et $[MB]$. On appelle x la longueur du segment $[AM]$.



(a) Justifier que l'aire totale des deux carrés est donnée par $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 20x + 100$.

(b) Déterminer les variations de l'aire en fonction de x et en déduire la position que doit avoir M pour que l'aire totale soit minimale.

Bonus 1 : Déterminer la forme canonique de la fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = -2x^2 + 5x - 1$

Bonus 2 : Démontrer les variations de g sur l'un des deux intervalles où elle est monotone.

Ex4 : 1) $-2(x+1)^2 - 6$

$= -2(x^2 + 2x + 1) - 6$

$= -2x^2 - 4x - 2 - 6$

$= -2x^2 - 4x - 8$.

forme canonique.

2) On a pour tout $x \in \mathbb{R}$ $(x+1)^2 \geq 0$

Donc $-2(x+1)^2 \leq 0$

et $-2(x+1)^2 - 6 \leq -6$

$f(x) \leq -6$

3) De plus, $f(-1) = -6$ donc -6 est le maximum de f atteint en $x = -1$.

4) $a = -2$ est négatif :

x		-1	
$f(x)$	$\nearrow$	-6	$\searrow$

5) $f(1) = -2 - 4 - 8 = -14$. Donc $A \in \mathcal{C}_f$.

Par symétrie, $f(-3) = f(1)$ car le max est pour $x = -1$.

Ex5 : (a) L'aire est $(10-x)^2 + x^2$

$= 100 - 20x + x^2 + x^2$

$= 100 - 20x + 2x^2$.

(b) On résout $\mathcal{A}(x) = 100$

soit $2x^2 - 20x = 0$

$2x(x - 10) = 0$

Donc $x = 0$ ou $x = 10$

Le min est atteint en 5 et vaut : $100 - 100 + 50 = 50$

L'aire totale est minimale pour M au milieu de $[AB]$.

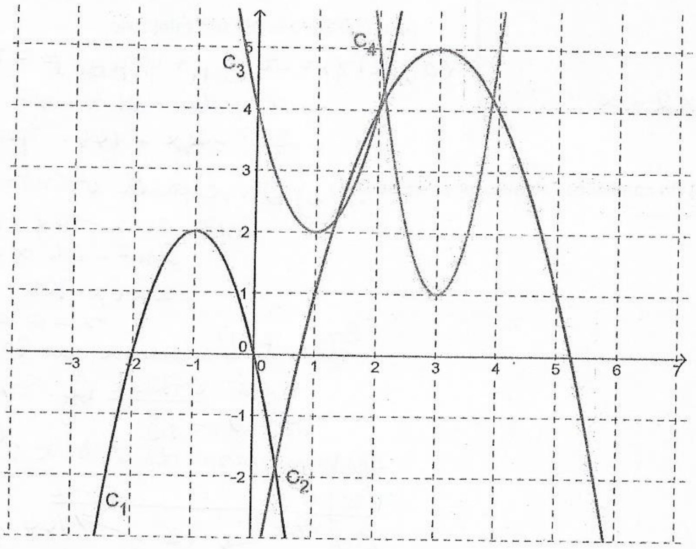
$2^{nde}11$ **NOM : ....** **8 Février 2018**

DS Fonctions carré et trinômes – Sujet A

Exercice 1 : (3 points) Parmi les courbes C_1, C_2, C_3 et C_4 ci-dessous, identifier celle représentant chacune des fonctions suivantes, sans justification (*il y a volontairement plus de courbes que de fonctions*).

$f(x) = 2(x-1)^2 + 2$ Courbe : $\mathcal{C}_3$ $g(x) = -x^2 + 6x - 4$ Courbe : $\mathcal{C}_2$

$h(x) = 2x^2 - 12x + 19$ Courbe : $\mathcal{C}_4$



Exercice 2 : (3 points) Résoudre l'équation suivante :

3

$$(3x+4)(4x+2) - (x+3)(3x+4) = 0$$

$(3x+4)(4x+2-x-3) = 0$

$(3x+4)(3x-1) = 0$

$x = -\frac{4}{3}$ $x = \frac{1}{3}$

$S = \left\{-\frac{4}{3} ; \frac{1}{3}\right\}$

Exercice 3 : (7 points)

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 12x + 1$

1,5 1. Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = -2(x+3)^2 + 19$. Comment s'appelle cette forme de $f(x)$?

2 2. Prouver que pour tout réel x, $f(x) \leq 19$ et en déduire que la fonction f admet un maximum sur $\mathbb{R}$.

1,5 3. Dresser le tableau de variations de f. $f(-1) = 19$ (1)

2 4. Montrer que le point $A(-1; 11)$ appartient à la parabole représentant f. En déduire l'autre nombre dont l'image par f est 11 . Justifier.

1) $-2(x+3)^2+19$
$= -2(x^2+6x+9)+19$
$= -2x^2-12x-18+19$
$= -2x^2-12x+1.$
C'est la forme canonique de f.

2) pour tout réel x, $(x+3)^2 \geq 0$ donc $-2(x+3)^2 \leq 0$ et $-2(x+3)^2+19 \leq 19$
Donc $f(x) \leq 19$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
De plus $f(-3) = 19$. Donc 19 est le maximum de f, atteint en $x = -3$.

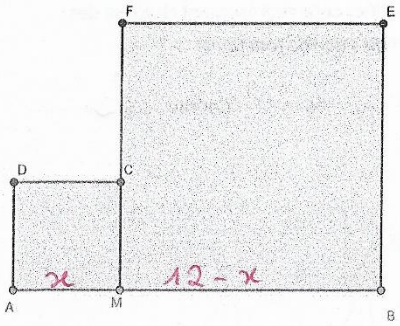
3)

x		-3	
$f(x)$	↗	19	↘

4) $f(-1) = -2+12+1 = 11$.
Donc $A(-1;11) \in \mathcal{C}_f$. Par symétrie $B(-5;11) \in \mathcal{C}_f$ également.

Exercice 4 : (4 points)

Soit $[AB]$ un segment de longueur 12 cm. On place un point M mobile sur $[AB]$ et on construit deux carrés de cotés respectifs $[AM]$ et $[MB]$. On appelle x la longueur du segment $[AM]$.



(a) Justifier que l'aire totale des deux carrés est donnée par $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 24x + 144$.

(b) Déterminer les variations de l'aire en fonction de x et en déduire la position que doit occuper le point M sur $[AB]$ pour que l'aire totale soit minimale.

(a) $\mathcal{A}(x) = \mathcal{A}_{ADCM} + \mathcal{A}_{MBEF} = x^2 + (12-x)^2$

$= x^2 + 144 - 24x + x^2$

2 $= 2x^2 - 24x + 144$. pour $x \in [0;12]$

(b) On résoud $\mathcal{A}(x) = 144$:

$2x^2 - 24x + 144 = 144$

$2x^2 - 24x = 0$

$2x(x-12) = 0$

$x = 0$ ou $x = 12$.

2 L'abscisse du sommet de $\mathcal{C}_{\mathcal{A}}$ est $\frac{0+12}{2} = 6$. Son ordonnée : $\mathcal{A}(6) = 72$.

Les variations de $\mathcal{A}$ sont :

x	0		6		12
$f(x)$	144	↘	72	↗	144

L'aire minimale est 72, atteinte pour $x = 6$.

Exercice 5 : (3 points) On considère l'algorithme ci-dessous.

```
def f(x):
    y=x**2
    return y
S=0
n=0
while S<80 :
    n=n+1
    S=S+f(n)
print(n)
```

Compléter le tableau ci-dessous pour déterminer quelle valeur l'algorithme affiche.

n	0	1	2	3	4	5	6	(2)	
S	0	1	5	14	30	55	91		
S<80	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗		

L'algorithme affiche 6. (1) 3/

Bonus 1 : Déterminer la forme canonique de la fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = -3x^2 + 6x + 4$

$g(x) = -3(x^2 - 2x) + 4 = -3[(x-1)^2 - 1] + 4 = -3(x-1)^2 + 3 + 4 = -3(x-1)^2 + 7$.

Bonus 2 : Démontrer les variations de g sur l'un des deux intervalles où elle est monotone.