TL **Chapitre 3 – Suites - Fiche de préparation du DS**

Savoir :

- Expression du terme général d’une suite géométrique en fonction de n
- Expression de la somme de termes consécutifs d’une suite géométrique
- Résultats sur les variations et les limites de suites géométriques

Savoir faire :

- Calculer les premiers termes d’une suite définie par récurrence
- Prouver qu’une suite est / n’est pas géométrique
- Utiliser une suite géométrique pour étudier une suite arithmético-géométrique

TL **Chapitre 3 – Suites - Fiche de préparation du DS**

Savoir :

- Expression du terme général d’une suite géométrique en fonction de n
- Expression de la somme de termes consécutifs d’une suite géométrique
- Résultats sur les variations et les limites de suites géométriques

Savoir faire :

- Calculer les premiers termes d’une suite définie par récurrence
- Prouver qu’une suite est / n’est pas géométrique
- Utiliser une suite géométrique pour étudier une suite arithmético-géométrique

TL **Chapitre 3 – Suites - Fiche de préparation du DS**

Savoir :

- Expression du terme général d’une suite géométrique en fonction de n
- Expression de la somme de termes consécutifs d’une suite géométrique
- Résultats sur les variations et les limites de suites géométriques

Savoir faire :

- Calculer les premiers termes d’une suite définie par récurrence
- Prouver qu’une suite est / n’est pas géométrique
- Utiliser une suite géométrique pour étudier une suite arithmético-géométrique

TL **Chapitre 3 – Suites - Fiche de préparation du DS**

Savoir :

- Expression du terme général d’une suite géométrique en fonction de n
- Expression de la somme de termes consécutifs d’une suite géométrique
- Résultats sur les variations et les limites de suites géométriques

Savoir faire :

- Calculer les premiers termes d’une suite définie par récurrence
- Prouver qu’une suite est / n’est pas géométrique
- Utiliser une suite géométrique pour étudier une suite arithmético-géométrique

TL **DS4 - Suites** **14/12/2017**

Exercice 1 : (6 points) *Les questions sont indépendantes.*

1. Soit u la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3(n+1)^2$. Cette suite est-elle géométrique ? Justifier.

2. Soit w la suite définie par $w_0 = 4$ et pour tout entier naturel n : $w_{n+1} = -3w_n + 1$. Calculer w_3.

3. Soit v la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = 3 \times 5^{2n-1}$.

(a) Montrer que cette suite est géométrique. Donner sa raison.

(b) Déterminer les variations de la suite v en justifiant.

Exercice 2 : (3 points) : On considère $S = 1 + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{2}{3}\right)^n$

(a) Exprimer S en fonction de n.

(b) Déterminer la limite de S quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 3 : (11 points) Soit la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel $n : u_{n+1} = 0{,}5\, u_n + 3$

1- Calculer u_1 et u_4.

2- On pose pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 6$.

(a) Montrer que $v_{n+1} = 0{,}5\, v_n$.

(b) En déduire la nature que (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et préciser son premier terme.

(c) Exprimer alors v_n en fonction de n.

(d) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

(e) Quelle est la limite de (v_n) quand n tend vers $+\infty$? En déduire la limite de (u_n).

TL **DS4 - Suites** **14/12/2017**

Exercice 1 : (6 points) *Les questions sont indépendantes.*

1. Soit u la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3(n+1)^2$. Cette suite est-elle géométrique ? Justifier.

2. Soit w la suite définie par $w_0 = 4$ et pour tout entier naturel n : $w_{n+1} = -3w_n + 1$. Calculer w_3.

3. Soit v la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = 3 \times 5^{2n-1}$.

(c) Montrer que cette suite est géométrique. Donner sa raison.

(d) Déterminer les variations de la suite v en justifiant.

Exercice 2 : (3 points) : On considère $S = 1 + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{2}{3}\right)^n$

(a) Exprimer S en fonction de n.

(b) Déterminer la limite de S quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 3 : (11 points) Soit la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel $n : u_{n+1} = 0{,}5\, u_n + 3$

1- Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.

2- On pose pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 6$.

(a) Montrer que $v_{n+1} = 0{,}5\, v_n$.

(b) En déduire la nature que (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et préciser son premier terme.

(c) Exprimer v_n en fonction de n.

(d) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

(e) Quelle est la limite de (v_n) quand n tend vers $+\infty$? En déduire la limite de (u_n).

TL **DS4 - Suites** **14/12/2017**

Exercice 1 : (6 points) *Les questions sont indépendantes.*

1. Soit u la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3(n+1)^2$. Cette suite est-elle géométrique ? Justifier.

$u_0 = 3, u_1 = 12, u_2 = 27$ donc $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$; ce n'est donc pas une suite géométrique

2. Soit w la suite définie par $w_0 = 4$ et pour tout entier naturel n : $w_{n+1} = -3w_n + 1$. Calculer w_3.

$$w_0 = 4, w_1 = -3w_0 + 1 = -12 + 1 = -11, w_2 = 34, w_3 = -101$$

3. Soit v la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = 3 \times 5^{2n-1}$.

(a) Montrer que cette suite est géométrique. Donner sa raison.

$$v_{n+1} = 3 \times 5^{2(n+1)-1} = 3 \times 5^{2n+2-1} = 3 \times 5^{2n+1}$$

Les termes de cette suite étant non nuls, on détermine $\frac{v_{n+1}}{v_n}$:

$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{3 \times 5^{2n+1}}{3 \times 5^{2n-1}} = 5^{2n+1-(2n-1)} = 5^2$ qui est une constante. Donc v est une site géométrique de raison 25.

(b) Déterminer les variations de la suite v en justifiant.

La raison de v est supérieure à 1, donc v est strictement croissante.

Exercice 2 : (3 points) : On considère $S = 1 + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{2}{3}\right)^n$

(a) Exprimer S en fonction de n.

On sait que $S = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ avec ici $q = \frac{2}{3}$ donc $S = \frac{\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)}{1-\frac{2}{3}} = \frac{\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)}{\frac{1}{3}} = 3\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$

(b) Déterminer la limite de S quand n tend vers $+\infty$.

La limite de q^n quand $0 < q < 1$ est 0.

Donc $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} = 0$ et $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} 3\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) = 3$

Exercice 3 : (11 points) Soit la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel $n : u_{n+1} = 0{,}5\, u_n + 3$

1- Calculer u_1 et u_4.

$$u_1 = 0{,}5\, u_0 + 3 = 3{,}5$$

$$u_2 = \frac{19}{4}, u_3 = \frac{43}{8}, u_4 = \frac{91}{16}$$

2- On pose pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 6$.

(a) Montrer que $v_{n+1} = 0{,}5\, v_n$.

On utilise le fait que $u_n = v_n + 6$

On a $v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = 0{,}5u_n + 3 - 6 = 0{,}5(v_n + 6) - 3 = 0{,}5\, v_n + 3 - 3 = 0{,}5\, v_n$

(b) En déduire la nature que (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et préciser son premier terme.

Donc (v_n) est géométrique de raison $0{,}5$ avec $v_0 = u_0 - 6 = 1 - 6 = -5$

(c) Exprimer alors v_n en fonction de n.

On a donc $v_n = v_0 \times q^n = -5 \times (0{,}5)^n$

(d) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

Alors $u_n = v_n + 6 = -5 \times (0{,}5)^n + 6$

(e) Quelle est la limite de (v_n) quand n tend vers $+\infty$? En déduire la limite de (u_n).

La raison de v étant $0{,}5$, elle est convergente et sa limite est 0. Alors $u_n = v_n + 6$ donc u est convergente et sa limite est 6.