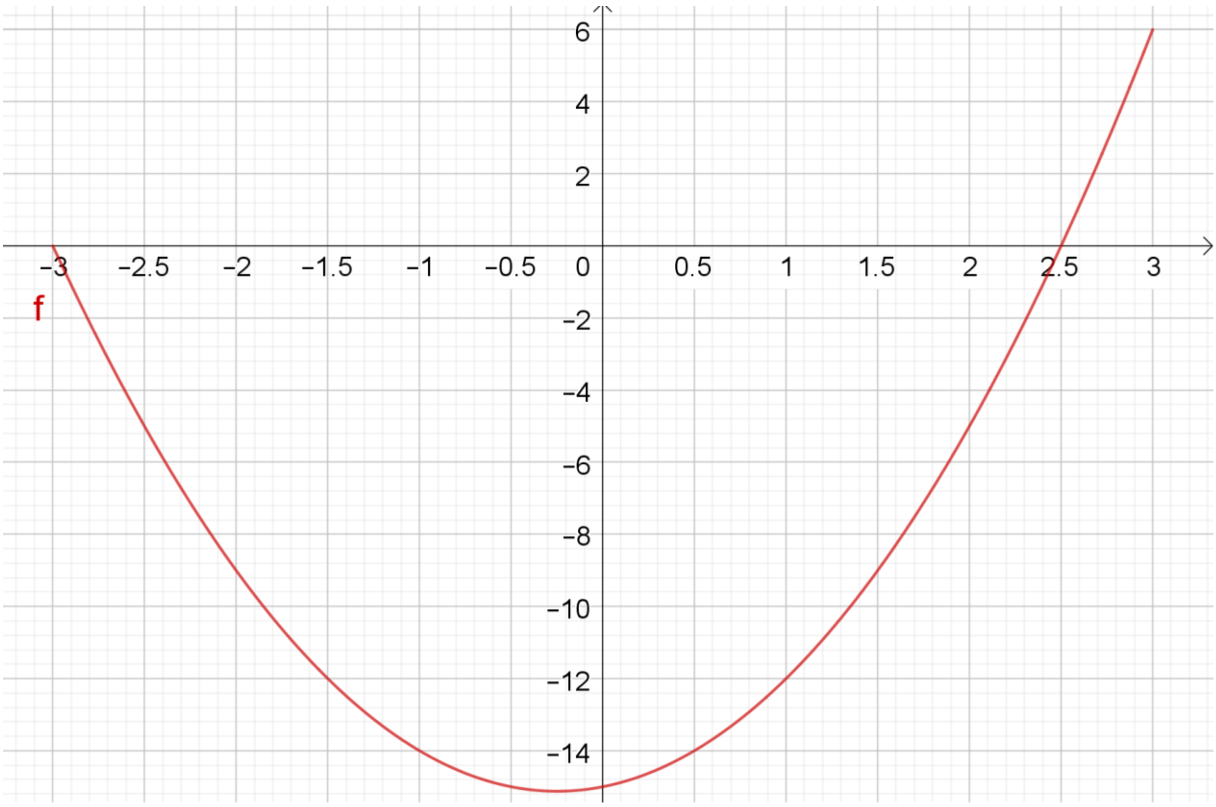
DM3, éléments de correction

Exercice 1 :

1. f est bien définie sur $\mathbb{R}$, car on peut toujours calculer $2x^2 + x - 15$ (pour rappel, on ne sait pas ni ne peut pas diviser par zéro, ni prendre a racine carrée d'un nombre négatif)
2. On développe $(x+3)(2x-5) = 2x^2 - 5x + 6x - 15 = 2x^2 + x - 15$
3. $f(7) = 2 \times 7^2 + 7 - 15 = 98 - 8 = 90$
4. $f(x) = 0$ s'écrit $(x+3)(2x-5) = 0$ d'où soit $x + 3 = 0$ soit $2x - 5 = 0$. Donc $x = -3$ou $x = \frac{5}{2}$. Les antécédents de 0 sont -3 et $\frac{5}{2}$.
   $f(x) = -15$ s'écrit $2x^2 + x - 15 = -15$ donc $2x^2 + x = 0$ ce qui se factorise en $x(2x+1) = 0$. Par suite $x = 0$ ou $2x + 1 = 0$. Ce qui donne $x = 0$ ou $x = -\frac{1}{2}$
5. On utilise la fonction table de la calculatrice :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0	-9	-14	-15	-12	-5	6

6. On obtient la courbe suivante :



7. On conjecture le tableau de variations suivant :

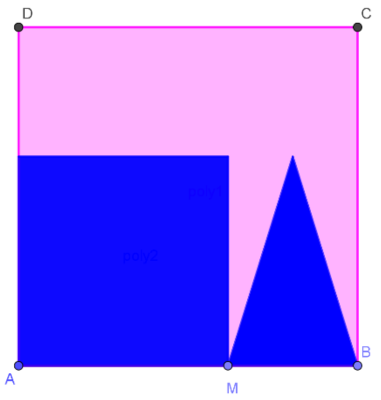
x	-3	$-\frac{1}{4}$	3
$f(x)$	0 ↘	$-15{,}1$	↗ 6

8. (a) $f(x) = 2$ ppou $x \approx 2{,}7$

(b) $f(x) < 3$ pour $]-3\,;2{,}8[$

(c) $f(x) \geq 7$ n'a pas de solution dans l'intervalle $[-3\,;3]$

Exercice 2 :



On peut conjecturer graphiquement sur GeoGebra que le motif a pour aire la moitié du carré $ABCD$ (soit 32) pour $x \approx 4{,}96$

On a $AM = x, BM = 8 - x$ et la hauteur du triangle est x, avec $x \in [0\,;8]$

Donc l'aire du motif est :

$$x^2 + \frac{(8-x)x}{2} = \frac{2x^2 + 8x - x^2}{2} = \frac{x^2 + 8x}{2}$$

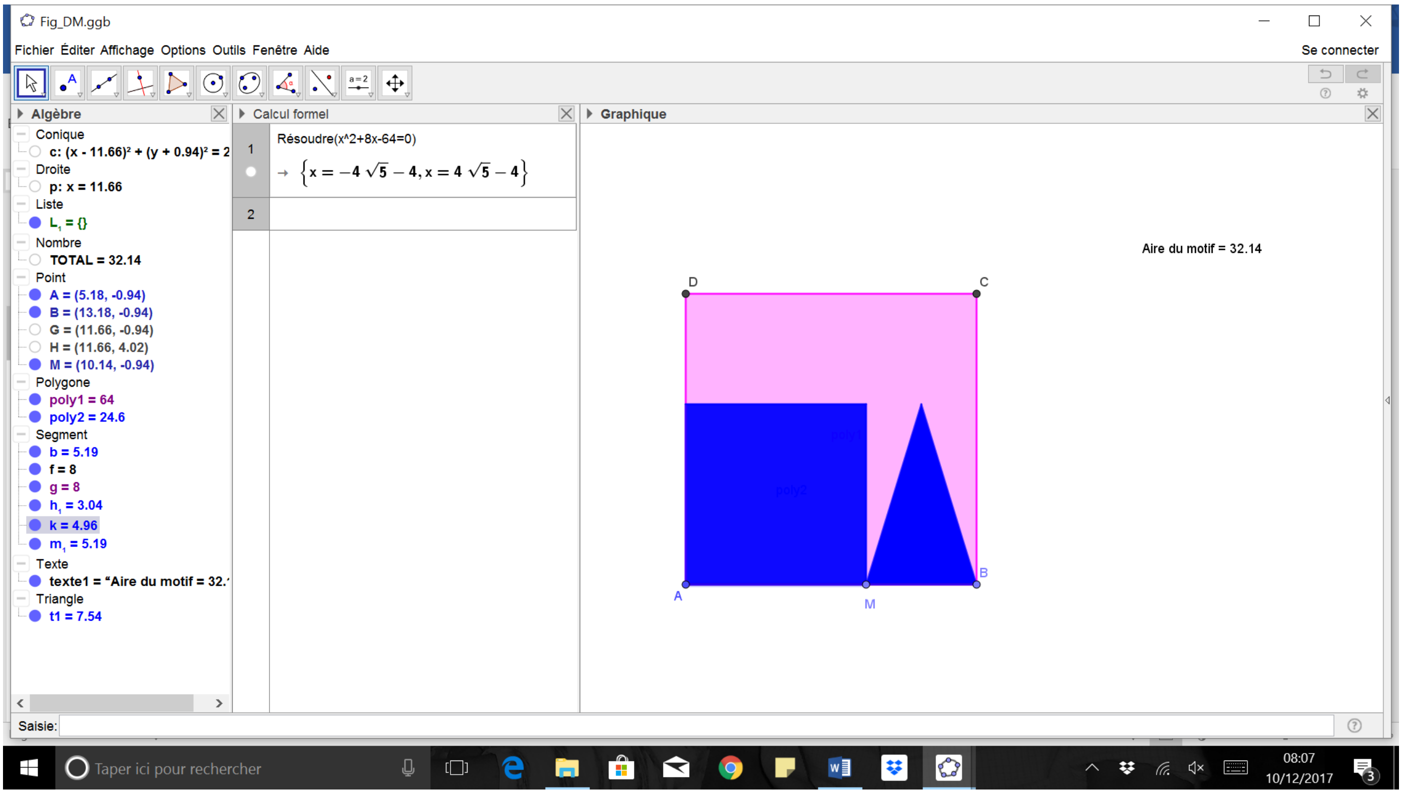
On cherche à obtenir la moitié de l'aire de $ABCD$ qui vaut $64cm^2$ et on doit donc résoudre :

$$\frac{x^2 + 8x}{2} = 32$$

ce qui revient à $x^2 + 8x = 64$

ou autrement dit $x^2 + 8x - 64 = 0$

A l'aide de l'outil de résolution de GeoGebra, on trouve deux solutions dont une est négative :



On trouve donc que la solution est pour $x = 4\sqrt{5} - 4 \approx 4{,}95$ ce qui confirme notre conjecture graphique.