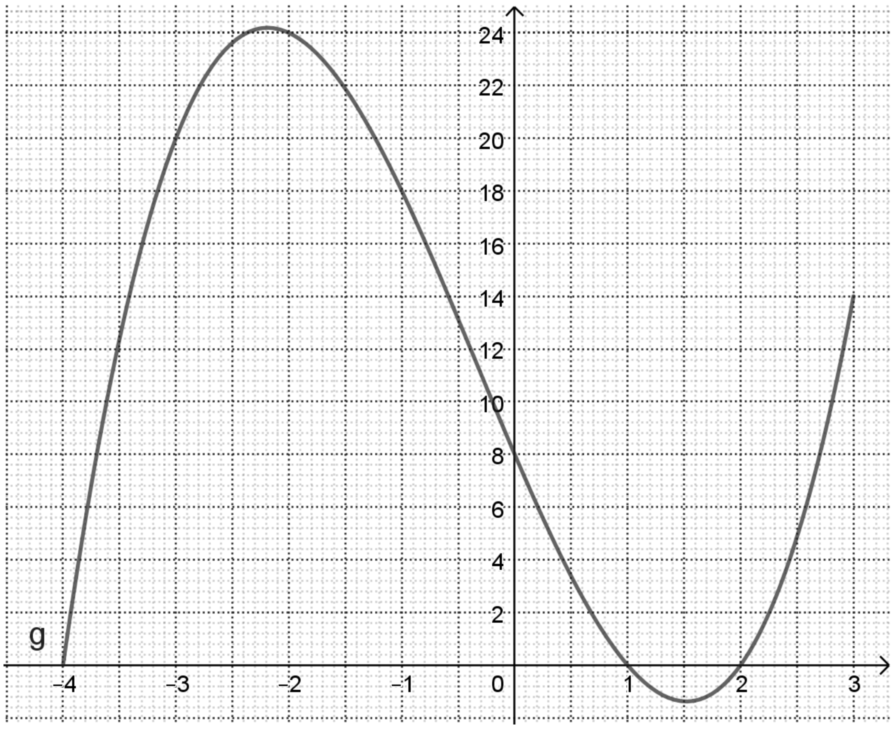
2nde– NOM : ………………………………………… **14/12/2017**

DS4 – Fonctions – Sujet A- Eléments de correction

Exercice 1 : (3 points) *Pour les questions 1 et 2, on laissera apparents les traits permettant la lecture des réponses et on donnera des valeurs approchées lorsque la lecture graphique ne permet pas une bonne précision.*
On considère une fonction g, définie sur $[-4\,;3]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. A l'aide de lectures graphiques, compléter les phrases ou égalités suivantes :

L'image de 0 par g est 8……………………………………………………

Les antécédents de 10 par g sont ………$-3{,}7$; $-0{,}25$; $2{,}85$………………………………

$g(-1) =$ ………18……………………………

2. Par lecture graphique, résoudre les équations suivantes sur $[-4\,;3]$:

$g(x) = 18$…………Pour $x = -3{,}1$; $x = -1$…………………………………………………………

$g(x) = 0$……….Pour $x = -4$; $x = 1$ *et* $x = 2$……………………………………………………………

3. Représenter ci-dessous le tableau de variations de g conjecturé grâce à sa représentation graphique sur $[-4\,;3]$:

x	-4		$-2{,}25$		$1{,}5$		3
$g(x)$	0	↗	$24{,}1$	↘	$-1{,}2$	↗	14

Exercice 2 : (4 points) On considère l'algorithme suivant qui permet de calculer les valeurs d'une fonction f.

```
4 → C
Prompt X
X+2 → Y
Y*C → Y
Y^2 → Y
Disp Y
```

1. Quelle valeur l'algorithme affiche t'il lorsqu'on saisit le nombre 6 en entrée ? Détailler les calculs.

C prend la valeur 4
On saisit $X = 6$.
Y prend la valeur $X + 2 = 8$, puis $Y * C = 8 \times 4 = 32$ et enfin $Y^2 = 32^2 = 1024$
L'algorithme affiche 1024.

2. L'algorithme définit une fonction $f : x \longmapsto y$. Donner l'expression de y en fonction de x.

La fonction définie est $f(x) = \left(4(x+2)\right)^2 = (4x+8)^2$

3. Quelle(s) valeur(s) faut-il entrer pour obtenir le résultat 16 ? Justifier.

Pour que e résultat soit 16 on doit avoir $4x + 8 = 4$ ou $4x + 8 = -4$.
Donc $x = -1$ ou $x = -3$.

<u>Exercice 3 :</u> (4 points) Dire si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse. Justifier votre réponse :

1. Si $g(1) < g(5)$ alors g est strictement croissante sur $[1 ; 5]$.

FAUX : la fonction pourrait parfaitement être décroissante sur une partie de cet intervalle.

2. Si la fonction f a le tableau de variations suivant alors :

   (a) on peut comparer $f(0)$ et $f(-1)$.

VRAI : 0 et -1 sont situés dans l'intervalle $[-2 ; 1]$ sur lequel f *est strictement croissante*. Donc $f(-1) < f(0)$.

   (b) on peut comparer les images de 5 et de 0,9.

FAUX : même si $f(0,9)$ semble proche de 7, on ne peut pas savoir quelle est sa valeur, entre -1 et 7, alors que $f(5) = 2$.

   (c) on peut comparer $f(-4)$ et $f(3)$.

VRAI : car $f(-4) < 2$ alors que $f(3) > 2$. Donc $f(3) > f(-4)$.

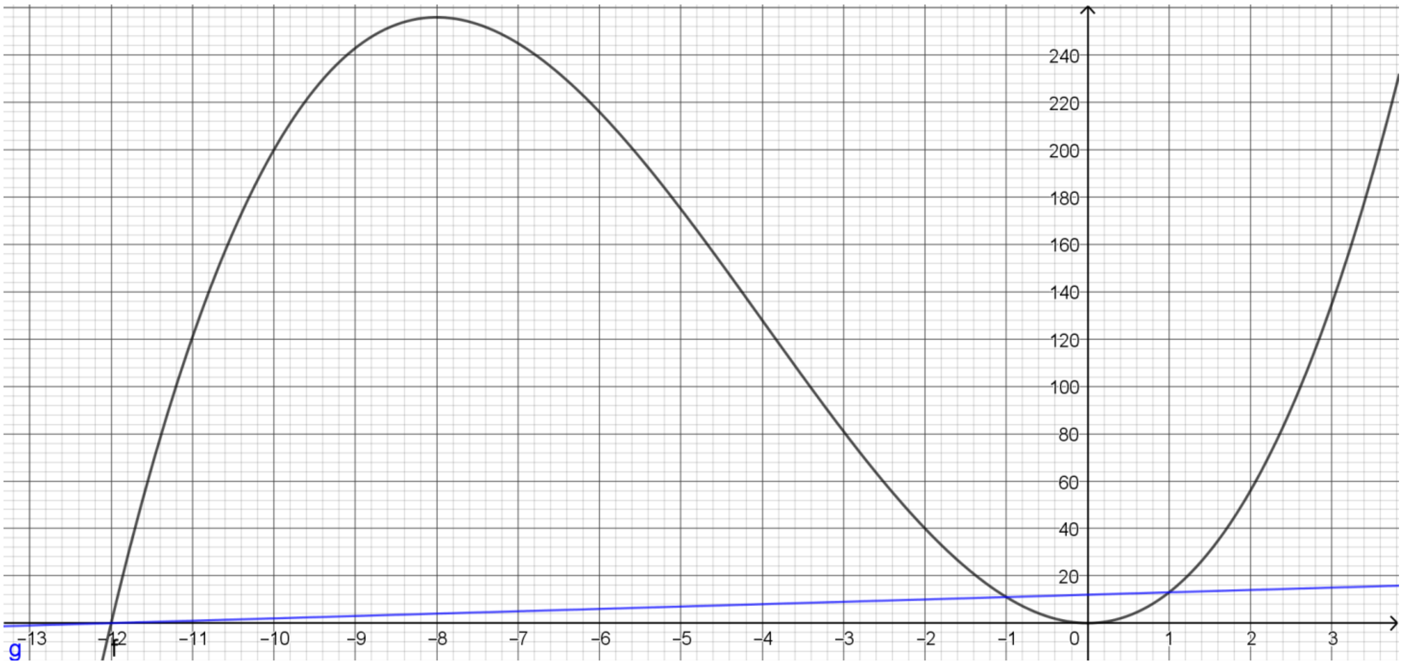
x	-6		-2		1		5
$f(x)$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	7	$\searrow$	2

<u>Exercice 4 :</u> (4 points) On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2(x+12)$ et $g(x) = x + 12$.
Compléter à l'aide de la calculatrice les tableaux de valeurs de f et g puis représenter ces deux fonctions graphiquement sur l'intervalle $[-13 ; 2]$ puis résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

x	-13	-11	-10	-8	-6	-4	-2	0	2
$f(x)$	-169	121	200	256	216	128	40	0	56

x	-12	0
$g(x)$	0	12

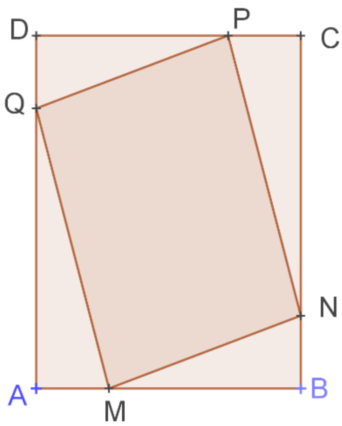
Il faut utiliser la fonction table de la calculatrice !



On voit donc sur cet intervalle 3 solutions à l'équations $f(x) = g(x)$: -12 ; -1 et 1.

<u>Exercice 5 :</u> (5 points) On considère le rectangle $ABCD$ de dimensions $AB = 5\ cm$ et $BC = 7\ cm$. On place un point M mobile sur $[AB]$. On pose $x = AM$.

On considère alors les points N sur $[BC]$, P sur $[CD]$ et Q sur $[DA]$ tels que : $AM = BN = CP = DQ$.



1. Quelles sont les valeurs que peut prendre x ?

x varie entre 0 et 5.

2. Exprimer en fonction de x les longueurs MB, NC, DP et AQ.

$MB = DP = 5 - x$ et $NC = AQ = 7 - x$

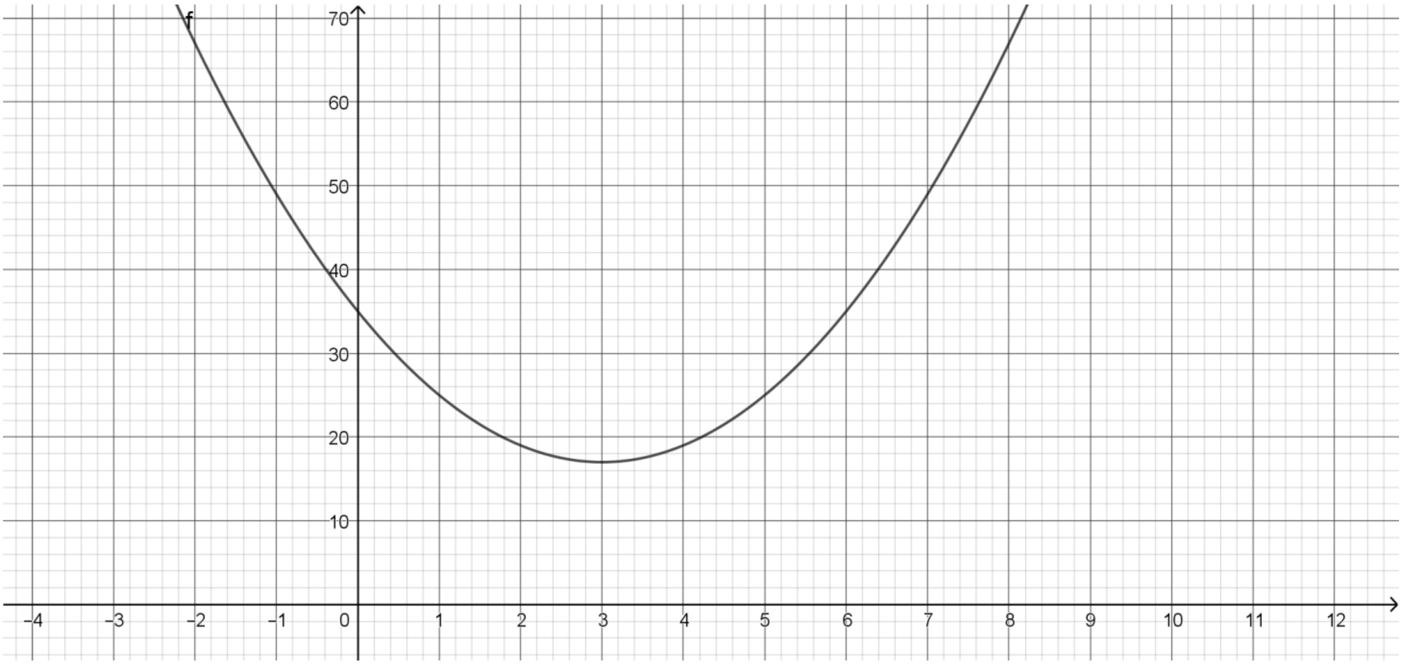
3. Exprimer en fonction de x l'aire du quadrilatère $MNPQ$.

On soustrait de l'aire du rectangle $ABCD$ les 4 aires des petits triangles rectangles (attention, $MNPQ$ n'est pas un rectangle !)

$$Aire_{MNPQ} = 35 - 2 \times \frac{x(7-x)}{2} - 2 \times \frac{x(5-x)}{2} = 35 - 12x + 2x^2$$

4. A l'aide de votre calculatrice, conjecturer si l'aire du quadrilatère a une valeur minimale. Si oui laquelle ? Pour quelle valeur de x ? Expliquer.

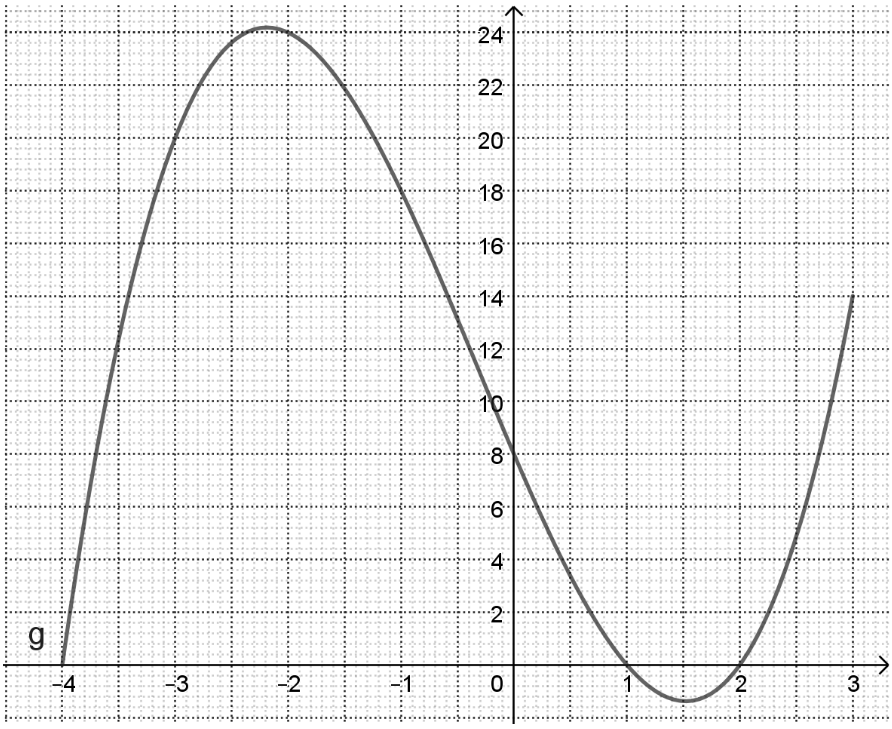
On voit sur la représentation graphique de la calculatrice que l'aire minimale existe, pour $x = 3$ et vaut environ 17.



2nde – NOM : …………………………………………… **14/12/2017**

DS4 – Fonctions – Sujet B

Exercice 1 : (3 points) *Pour les questions 1 et 2, on laissera apparents les traits permettant la lecture des réponses et on donnera des valeurs approchées lorsque la lecture graphique ne permet pas une bonne précision.*
On considère une fonction g, définie sur $[-4\,;3]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. A l'aide de lectures graphiques, compléter les phrases ou égalités suivantes :

L'image de 1,5 par g est $-1{,}2$…………………………………………………………

Les antécédents de 2 par g sont ……0,75 ; 2,25 ; $-3{,}9$……………………………………

$g(0) =$ …8……………………………

2. Par lecture graphique, résoudre les équations suivantes sur $[-4\,;3]$:

$g(x) = 4$…*Pour* $x = -3{,}8\,;x = 0{,}4\,;x = 2{,}4$…………………………………………………………………………

Pour $x = -4\,; x = 1\ et\ x = 2$...

3. Représenter ci-dessous le tableau de variations de g conjecturé grâce à sa représentation graphique sur $[-4\,;3]$:

x	-4		$-2{,}25$		$1{,}5$		3
$g(x)$		$\nearrow$	$24{,}1$	$\searrow$		$\nearrow$	14
	0				$-1{,}2$		

<u>Exercice 2 :</u> (4 points) On considère l'algorithme suivant qui permet de calculer les valeurs d'une fonction f.

```
-2 → C
Prompt X
X+2 → Y
Y*C → Y
Y^2 → Y
Disp Y
```

1. Quelle valeur l'algorithme affiche t'il lorsqu'on saisit le nombre 6 en entrée ? Détailler les calculs.

C prend la valeur -2
On saisit $X = 6$.
Y prend la valeur $X + 2 = 8$, puis $Y * C = 8 \times -2 = -16$ et enfin $Y^2 = (-16)^2 = 256$
L'algorithme affiche 256.

2. L'algorithme définit une fonction $f\colon x \longmapsto y$. Donner l'expression de y en fonction de x.

La fonction définie est $f(x) = \left(-2(x+2)\right)^2 = (-2x-4)^2$

3. Quelle(s) valeur(s) faut-il entrer pour obtenir le résultat 16 ? Justifier.

Pour que le résultat soit 16 on doit avoir $-2x - 4 = 4$ ou $-2x - 4 = -4$.
Donc $x = -4$ ou $x = 0$.

<u>Exercice 3 :</u> (4 points) Dire si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse. Justifier votre réponse :

1. Si $g(1) < g(5)$ alors g est strictement croissante sur $[1\,;5]$.

FAUX : la fonction pourrait parfaitement être décroissante sur une partie de cet intervalle.

2. Si la fonction f a le tableau de variations suivant alors :

(a) on peut comparer $f(-3)$ et $f(-1)$.

FAUX : on peut seulement dire que $f(-3)$ est compris entre -1 et 2 et que $f(-1)$ est compris entre -1 et 7.

(b) on peut comparer les images de -5 et de 4.

VRAI : en effet $f(-5) < 2$ et $f(4) > 2$ donc $f(4) > f(-5)$.

(c) on peut comparer $f(-6)$ et $f(0{,}9)$.

FAUX car même si $f(-6) = 2$, on sait seulement que $f(0{,}9)$ est entre -1 et 7.

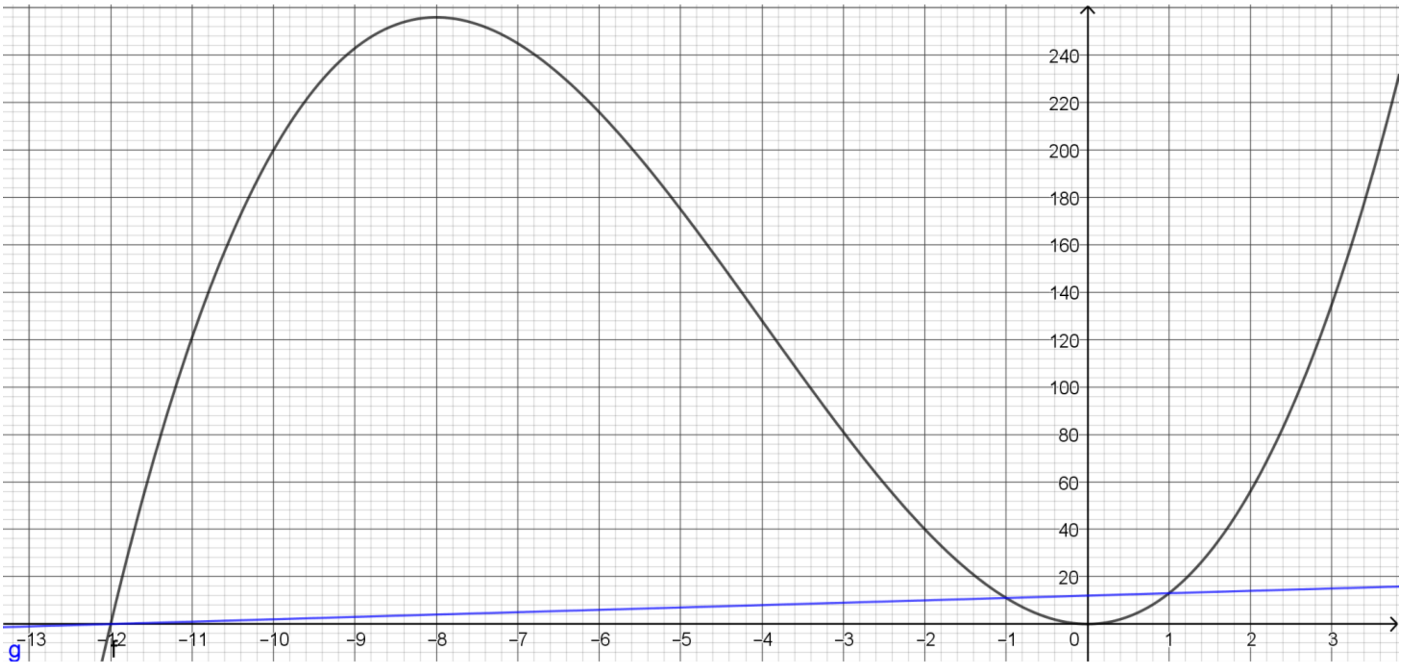
x	-6		-2		1		5
$f(x)$	2	$\searrow$		$\nearrow$	7	$\searrow$	
			-1				2

Exercice 4 : **(4 points)** On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2(x+12)$ et $g(x) = x+12$.
Compléter à l'aide de la calculatrice les tableaux de valeurs de f et g puis représenter ces deux fonctions graphiquement sur l'intervalle $[-13\ ;\ 2]$ puis résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

x	-13	-11	-10	-8	-6	-4	-2	0	2
$f(x)$	-169	121	200	256	216	128	40	0	56

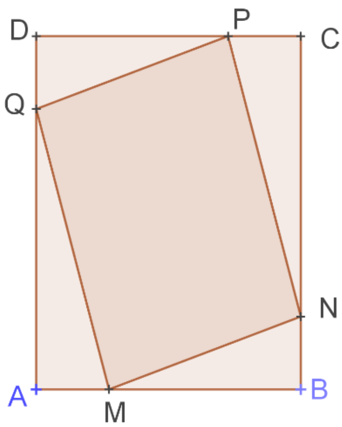
x	-12	0
$g(x)$	0	12

Il faut utiliser la fonction table de la calculatrice !



On voit donc sur cet intervalle 3 solutions à l'équations $f(x) = g(x)$: $-12\ ;\ -1$ *et* 1.

Exercice 5 : **(5 points)** On considère le rectangle $ABCD$ de dimensions $AB = 6\ cm$ et $BC = 8\ cm$. On place un point M mobile sur $[AB]$. On pose $x = AM$.
On considère alors les points N sur $[BC]$, P sur $[CD]$ et Q sur $[DA]$ tels que : $AM = BN = CP = DQ$.



1. Quelles sont les valeurs que peut prendre x ?

x varie entre 0 *et* 6.

2. Exprimer en fonction de x les longueurs MB, NC, DP et AQ.

$MB = DP = 6 - x$ et $NC = AQ = 8 - x$

3. Exprimer en fonction de x l'aire du quadrilatère $MNPQ$.

On soustrait de l'aire du rectangle $ABCD$ les 4 aires des petits triangles rectangles (attention, $MNPQ$ n'est pas un rectangle !)

$$\boldsymbol{Aire_{MNPQ} = 48 - 2 \times \frac{x(8-x)}{2} - 2 \times \frac{x(6-x)}{2} = 48 - 14x + 2x^2}$$

4. A l'aide de votre calculatrice, conjecturer si l'aire du quadrilatère a une valeur minimale. Si oui laquelle ? Pour quelle valeur de x ? Expliquer.

On voit sur la représentation graphique de la calculatrice que l'aire minimale existe, pour $x = 3,5$ et vaut environ $23,5$.