Seconde **AP Fonctions 1 – Images et antécédents**

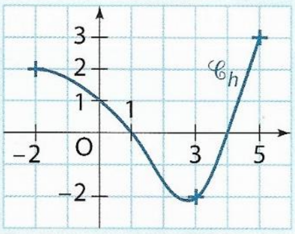
Soutien

81 Exercice test

Les trois fonctions f, g et h sont définies par :

•

x	-1	3	4
$f(x)$	3	2	-5

• 

• $g(x) = 3(7-x)^2$

Déterminer l'image de 3 par chaque fonction.

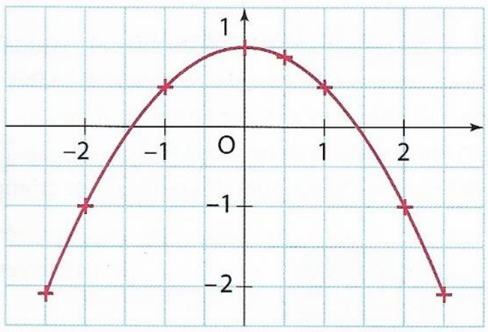
82 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x + 3{,}5$$

a) Vérifier que $f(3) = -2{,}5$.

b) Calculer $f(-1)$, $f\left(\frac{7}{2}\right)$ et $f(1{,}3)$.

83 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-2{,}5\,;2{,}5]$ par la courbe ci-dessous.

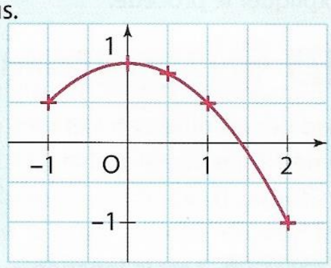


Recopier et compléter ce tableau.

x	$-2{,}5$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

85 Exercice test

f est la fonction définie sur l'intervalle $[-1; 2]$ par la courbe ci-dessous.

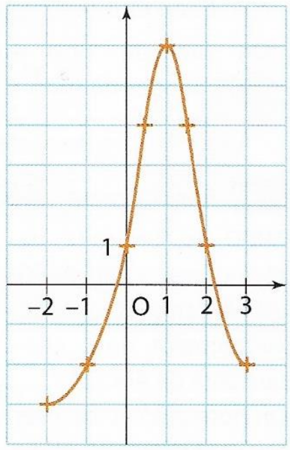


a) Lire les antécédents de 0,5 par f.

b) Combien 0,75 possède-t-il d'antécédents par la fonction f ?

c) Combien $-0{,}5$ possède-t-il d'antécédents par la fonction f ?

86 f est la fonction définie sur $[-2\,;3]$ par la courbe ci-contre.



a) Déterminer les abscisses des points d'ordonnées -2 de la courbe.

b) En déduire les antécédents de -2 par f.

c) Déterminer les antécédents de 1 et 6 par f.

87 g est la fonction définie sur $[0{,}5\,;10]$ par :

$$g(x) = \frac{x+1}{x}$$

a) Tracer à l'écran de la calculatrice la courbe représentative de la fonction g.

b) En lisant sur l'écran de sa calculatrice, Corentin affirme : « 0,8 est la solution de l'équation $g(x) = 2{,}3$ ». A-t-il raison ? Expliquer.

<u>REPONSES :</u> **<u>Ex 81 :</u>** Tableau : l'image de 3 est 2 / Courbe : L'image de 3 est -2 / Expression $g(3) = 3(7-3)^2 = 3 \times 16 = 48$

<u>Ex 82 :</u> **a)** $f(3) = -2 \times 3 + 3{,}5 = -6 + 3{,}5 = -2{,}5$ **b)** $f(1) = 1{,}5$ $f\left(\frac{7}{2}\right) = -3{,}5$ $f(1{,}3) = 0{,}9$

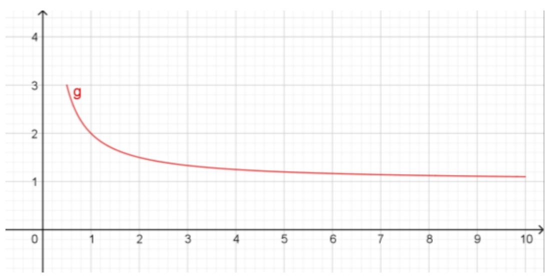
<u>Ex 83 :</u>

x	$-2{,}5$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	-1	$0{,}5$	1	$0{,}5$	-1

<u>Ex 85 :</u> **a)** Les antécédents de $0{,}5$par f sont -1 et 1. **b)** $0{,}75$ a deux antécédents par f. **c)** $-0{,}5$ a un seul antécédent par f.

<u>Ex 86 :</u> **a)** Les points d'ordonnée -2 de la courbe ont pour abscisses -1 et 3.
b) Les antécédents de -2 par f sont donc -1 et 3.
c) Les antécédents de 1 par f sont 0 et 2. L'antécédent de 6 par f est 1.

<u>Ex 87 :</u>



On vérifie en calculant l'image de 0,8 :

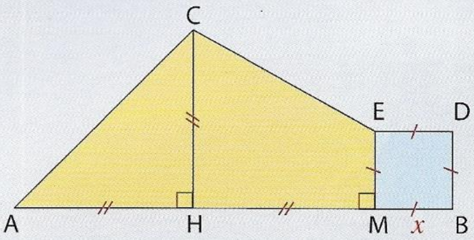
$$g(0{,}8) = \frac{1+0{,}8}{0{,}8} = \frac{1{,}8}{0{,}8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

L'affirmation de Corentin est donc fausse, même si c'est une APPROXIMATION correcte de l'antécédent de 2,3.

AP Fonctions 1 – Modéliser avec une fonction

Approfondissement

92 [AB] est un segment de longueur 8 cm.
M est un point variable de ce segment et H est le milieu du segment [AM].
C est un point tel que le triangle AHC est rectangle isocèle en H.
D et E sont des points du même côté que C par rapport à (AB) tels que BMED est un carré.

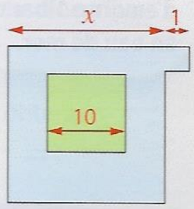


On note x la longueur MB en cm.

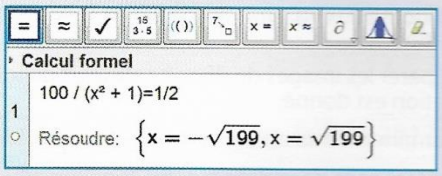
1. a) Préciser à quel intervalle appartient x.
b) Exprimer en fonction de x les aires du carré BMED et du quadrilatère AMEC.

2. On se propose de déterminer la position du point M pour que l'aire du carré BMED soit le double de l'aire du quadrilatère AMEC.
a) Traduire ce problème par une équation.
b) À l'écran de la calculatrice, tracer les courbes représentatives de $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto 32-4x$.
c) Lire graphiquement la réponse au problème, puis vérifier par le calcul.

93 Un paysagiste établit un projet de bassin composé d'un carré de 1 m de côté accolé à un carré de x mètres de côté, dans lequel se trouve un îlot carré de 10 m de côté.

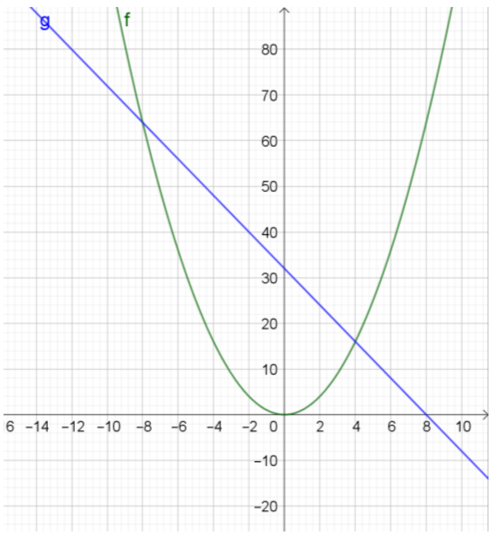


a) Expliquer pourquoi $x \geqslant 10$.
b) Pour cette situation, quelle est la signification de l'affichage ci-dessous ?



Ex 92 :

1. a) $x \in [0\,;8]$
   b) $A_{BMED} = x^2$ et $A_{AMEC} = A_{AHC} + A_{HMEC} = 2(8-x)$
2. a) Il faut résoudre $x^2 = 2 \times 2(8-x)$ soit $x^2 = 32-4x$
   b) et c) Il y a deux points d'intersection mais un seul dont l'abscisse est dans le domaine entre 0 et 8. La seule solution de l'équation est donc 4.



Ex 93 :

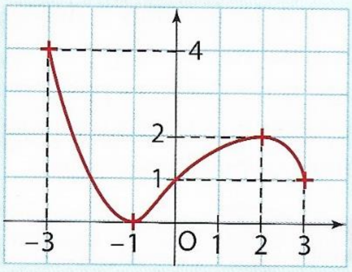
a) Le côté du carré doit être supérieur à celui de l'îlot. On doit donc avoir $x \geq 10$.

b) L'équation résolue peut s'écrire $x^2 + 1 = 200$ ce qui serait l'équation traduisant la situation suivante : le bassin doit avoir une surface deux fois plus grande que celle de l'îlot, ou encore : la surface occupée par l'eau doit être la même que celle de l'îlot.

Seconde **AP Fonctions 2 – Utilisation du tableau de variations - Soutien**

89 Exercice test

f est la fonction définie sur $[-3\,;3]$ par la courbe tracée dans le repère ci-contre. Dresser le tableau de variation de f.



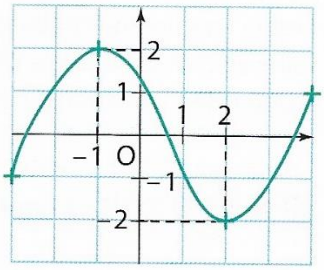
93 Exercice test

Voici le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;5]$.

x	-3		2		3		4		5
$f(x)$	-2	↗	1	↘	0	↘	-1	↗	2

Tracer une courbe susceptible de représenter graphiquement la fonction f.

90 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;4]$ par la courbe tracée dans le repère ci-contre.



Recopier et compléter.

a) f est croissante sur $[-3\,;\cdots]$.

b) f est décroissante sur $[-1\,;\cdots]$.

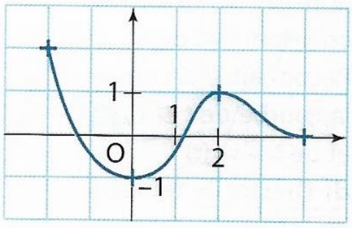
c) f est croissante sur $[\cdots\,;4]$.

d) f est décroissante sur $[\cdots\,;1]$.

95 Voici le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$.

x	-2		-1		2		3
$f(x)$	2	↘	0	↗	1	↘	0

Naomi a tracé la courbe ci-contre pour représenter f. Qu'en pensez-vous ?



91 f est une fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;5]$ telle que :

- f est décroissante sur $[-1\,;2]$;
- f est croissante sur $[-3\,;-1]$ et sur $[2\,;5]$;
- $f(-3)=-2$; $f(2)=1$; $f(-1)=4$; $f(5)=5$.

Dresser le tableau de variation de f.

96 f est une fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;4]$ telle que :

- f est décroissante sur $[-3\,;2]$;
- f est croissante sur $[2\,;4]$;
- $f(-3)=2$, $f(2)=-2$, $f(0)=f(3)=0$.

Tracer une courbe susceptible de représenter graphiquement la fonction f dans un repère.

Réponses :

Ex 89

x	-3		-1		2		3
$f(x)$	4	↘	0	↗	2	↘	1

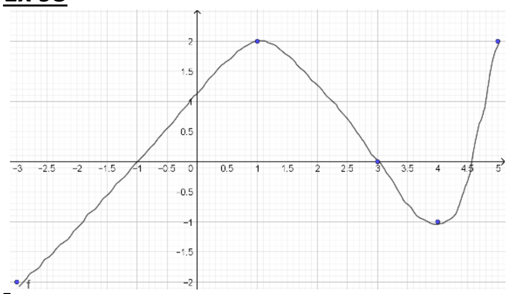
Ex 90 : $a)$ $[-3\,;\,-1]$ $b)$ $[-1\,;\,2]$ $c)$ $[2\,;\,4]$ $d)$ $[-1\,;\,1]$

Ex 91

x	-3		-1		2		5
$f(x)$	-2	↗	4	↘	1	↗	5

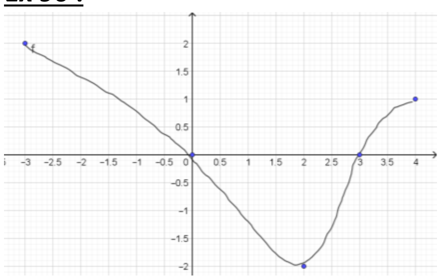
Ex 95 : Le point de la courbe $(-1; 0)$ qui représente un minimum de la fonction n'est pas respecté sur le dessin de Naomi.

Ex 93



-

Ex 96 :

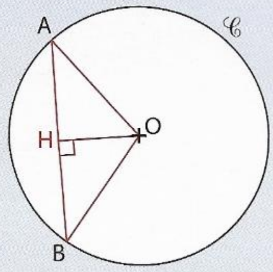


Seconde

AP Fonctions 2 – Résoudre des problèmes d'optimisation

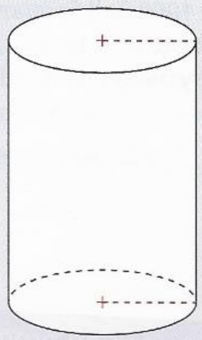
Approfondissement

101 A et B sont deux points variables d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 1.
H est le pied de la hauteur issue de O du triangle OAB.
On pose $x = \text{AB}$.



1. Quel est l'intervalle décrit par x ?
2. f est la fonction définie par $f(x) = \text{OH}$.
a) Sans déterminer $f(x)$, dresser le tableau de variation de la fonction f.
b) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x) \geqslant 0,5$.
3. g est la fonction qui à x associe l'aire du triangle OAB.
a) Démontrer que $g(x) = \frac{x}{4}\sqrt{4 - x^2}$.
b) Avec la calculatrice, déterminer des valeurs approchées du maximum de g et de la valeur de x pour laquelle il est atteint.

102 Un cylindre est dit équilibré si la somme de son diamètre et de sa hauteur est égale à 10.
On note x le diamètre d'un cylindre équilibré.
lle



Déterminer une valeur approchée au centième du diamètre du cylindre pour lequel le volume sera maximal.

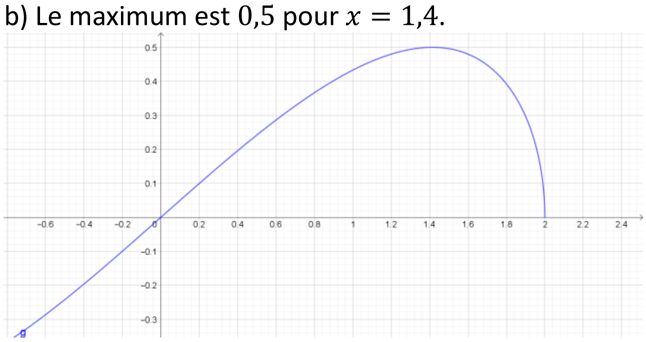
Ex 101 :
1. $x \in [0; 2]$.
2. a)

x	0	2
$f(x)$	1 ↘	0

b) D'après le théorème de Pythagore dans OAH on a $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + f(x)^2 = 1$. D'où $f(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{4 - x^2}{4}} = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{2}$

On voit que $f(x) = 0,5$ donne $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et donc $x = \sqrt{3}$.
D'après la configuration, $f(x) \geq 0,5$ dès lors que $x \leq \sqrt{3}$.

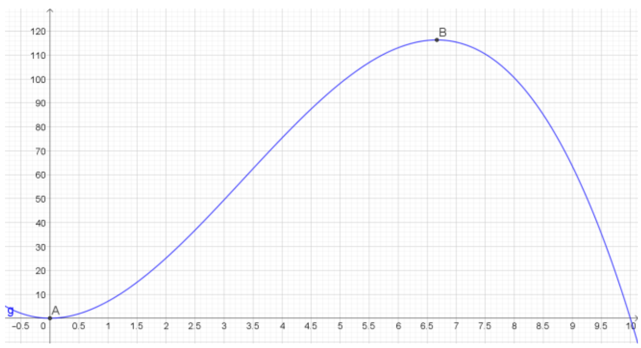
3. a) $g(x) = A_{OAB} = \frac{xf(x)}{2} = \frac{x}{2}\frac{\sqrt{4-x^2}}{2} = \frac{x\sqrt{4-x^2}}{4}$
b) Le maximum est 0,5 pour $x = 1,4$.



Ex 102 : On appelle x le diamètre. La hauteur du cylindre est donc $10 - x$.
On doit avoir $x \geq 0$ et $10 - x \geq 0$ donc $x \leq 10$.
D'où $x \in [0\,;10]$.
Le volume du cylindre est :

$$V(x) = aire_{base} \times hauteur = \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 \times (10 - x)$$

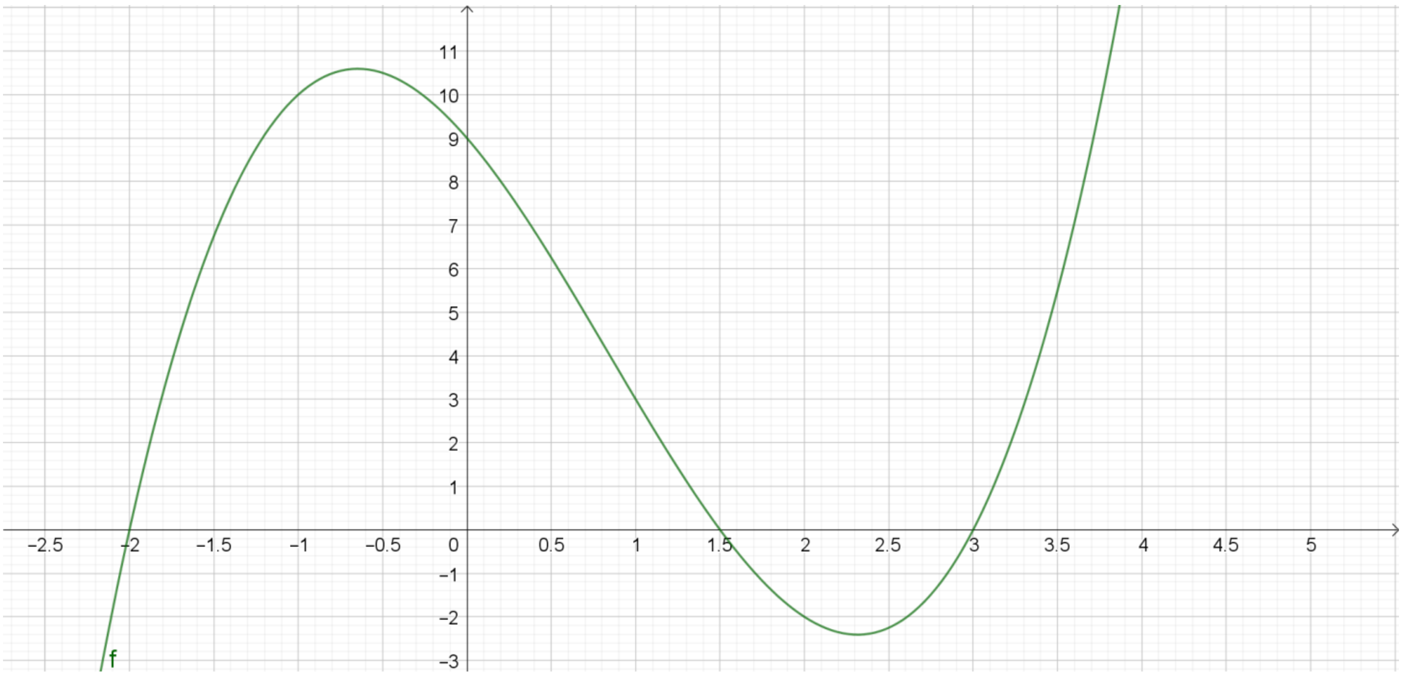
A la calculatrice, on estime que le maximum est atteint pour $x \approx 6,67$ et vaut environ 116,36.



Seconde **AP Fonctions 3 – Images et antécédents - Soutien**

Exercice 1 :

1. Compléter à l'aide du graphique les phrases suivantes :
   - **a)** L'image par f de 0 est ………………………………………………
   - **b)** 5 est l'image par f de ………………………………………………
   - **c)** Les antécédents de 1 par f sont ………………………………………………
2. Résoudre les équations suivantes graphiquement :
   a) $f(x) = 7$ b) $f(x) = 0$ c) $f(x) = 11$ d) $f(x) = -2$



Exercice 2 : f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - x + 1$

1. Déterminer par le calcul les images de $0, -3, 1, \sqrt{2}, \frac{2}{3}$ et $1 - \sqrt{3}$.
2. Déterminer par le calcul les antécédents de 1.
3. Montrer que $f(x) = (x + 1)(-2x + 1)$
4. En déduire les antécédents de 0 par f.

Exercice 3 : On considère le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-3; 4]$

x	-3		-1		2		4
$f(x)$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	8	$\searrow$	5

Dans chaque cas, comparer les deux nombres lorsque c'est possible :

a) $f(-2)$ et $f(-1{,}5)$
b) $f(-2{,}5)$ et $f(0)$
c) $f(-0{,}5)$ et $f(1)$
d) $f(-2)$ et $f(3)$
e) $f(0)$ et $f(1{,}5)$
f) $f(3{,}5)$ et $f(1)$

Indications ex 2 :

1. Remplacer x par la valeur donnée dans l'expression de $f(x)$.
2. Il faut résoudre l'équation $f(x) = 1$
3. Développer le membre de droite pour retrouver $f(x)$.
4. Il faut résoudre $f(x) = 0$, utilisant la factorisation réalisée à la question précédente.

Réponses :

Seconde **AP Fonctions 4 – Ensemble de définition - Soutien**

Exercice 1 : Déterminer les ensembles de définitions des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{3}{x-1}$$

$$g(x) = \frac{-4x+1}{x^2+1}$$

$$h(x) = \sqrt{2x-4}$$

$$k(x) = \frac{3x-1}{2x+1} - \frac{1}{x+7}$$

$$F(x) = \frac{5}{x^2-16}$$

Exercice 2 : Déterminer les ensembles de définition des fonctions décrites ci-dessous.

1- $ABCD$ est un carré de côté 5, M un point mobile sur $[AB]$tel que $AM = x$. f est la fonction qui à chaque valeur de x associe le périmètre du triangle MDC.
2- $\mathcal{C}$ est un cercle de centre O, de diamètre $[AB]$ avec $AB = 8$ et N un point mobile du segment $[OB]$ tel que $ON = x$. $\mathcal{A}$ est la fonction qui à toute valeur de x associe l'aire de la surface comprise entre le cercle $\mathcal{C}$ et le cercle de centre O et de rayon ON.
3- Alia veut inviter des amis à sa fête d'anniversaire. Elle aimerait réserver une salle de jeux d'énigmes et a un budget de 225 euros maximum. Une entrée coûte 19,99 €. On s'intéresse au prix $\mathcal{P}$ que va payer Alia en fonction de son nombre d'invités x.
4- $RECT$ est un rectangle de périmètre 18 cm. On étudie son aire $\mathcal{A}$ en fonction de la longueur x de RE, sachant que $CT \geq 1$.

Réponses :

Exercice 1 : $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$, $D_g = \mathbb{R}$ car $x^2 + 1 > 0$ pour toute valeur de x, $D_h = [2\,;\,+\infty[$ car on doit avoir $2x - 4 \geq 0$ pour pouvoir calculer $h(x)$, $D_k = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2};\,-7\right\}$ afin qu'aucun des deux dénominateurs ne soit nul, $D_F = \mathbb{R} - \{-4\,;4\}$ car on doit avoir $x^2 - 16 \neq 0$, il faut donc exclure 4 et -4 de l'ensemble de définition.

Exercice 2 :

1- $0 \leq x \leq 5$ donc $D_f = [0;5]$
2- $0 \leq x \leq 4$ donc $D_f = [0;4]$
3- x doit être un nombre entier naturel, et on doit avoir $19{,}99 \times (x+1) \leq 225$. Donc $x \leq 10$. x est un entier naturel inférieur ou égal à 10.
4- On doit avoir $2(RE + CT) = 18$ donc $RE + CT = 9$ et $x = RE = 9 - CT$. Comme $CT \geq 1$ alors $RE \leq 8$. De plus x est une longueur donc $x \geq 0$. On a donc $D_{\mathcal{A}} = [0\,;8]$.