Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Les parties A et B sont indépendantes.

Notations :

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.

Si A et B sont deux évènements, on note $p_B(A)$ la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé.

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au millième.

Une agence Pôle Emploi étudie l'ensemble des demandeurs d'emploi selon deux critères, le sexe et l'expérience professionnelle.

Cette étude montre que :

- 52 % des demandeurs d'emploi sont des femmes et 48 % sont des hommes ;
- 18 % des demandeurs d'emploi sont sans expérience et les autres sont avec expérience ;
- parmi les hommes qui sont demandeurs d'emploi, on sait que 17,5 % sont sans expérience.

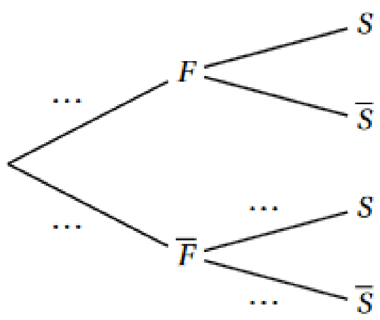
Partie A

On prélève au hasard la fiche d'un demandeur d'emploi de cette agence. On note :

- S : l'évènement « le demandeur d'emploi est sans expérience » ;
- F : l'évènement « le demandeur d'emploi est une femme ».

1. Préciser $p(S)$ et $p_{\overline{F}}(S)$.

2. Recopier l'arbre ci-dessous et compléter les pointillés par les probabilités associées.



3. Démontrer que $p\left(\overline{F} \cap S\right) = 0,084$. Interpréter le résultat.

4. La fiche prélevée est celle d'un demandeur d'emploi sans expérience. Calculer la probabilité pour que ce soit un homme.

5. Sachant que la fiche prélevée est celle d'une femme, calculer la probabilité que ce soit la fiche d'un demandeur d'emploi sans expérience.

Partie B

La responsable de l'agence décide de faire le point avec cinq demandeurs d'emploi qui sont suivis dans son agence. Pour cela, elle prélève cinq fiches au hasard. On admet que le nombre de demandeurs d'emplois dans son agence est suffisamment grand pour assimiler cette situation à un tirage avec remise.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que, parmi les cinq fiches tirées au hasard, il y ait au moins une fiche de demandeur d'emploi sans expérience.

Exercice 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au millième près.

1. Un supermarché dispose de plusieurs caisses. Un client qui se présente à une caisse doit attendre un certain temps T_1 avant d'être pris en charge par le caissier. On considère que ce temps d'attente T_1 exprimé en minute, est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0\,;\,12]$.

   a. Quelle est la probabilité qu'un client attende au moins 5 minutes avant d'être pris en charge ?

   b. Quel est le temps moyen d'attente à une caisse ?

2. Le gérant du magasin décide de mettre à disposition des clients des caisses automatiques, de façon à réduire le temps d'attente pour les clients ayant un panier contenant peu d'articles.

   Le temps d'attente T_2, exprimé en minute, à chacune de ces caisses automatiques est modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 5 et d'écart type $1,5$.

   Calculer la probabilité que le temps d'attente à une caisse automatique soit compris entre $0,75$ minute et 6 minutes.

3. Ces caisses automatiques tombent souvent en panne. On donne les informations suivantes.

   - Le nombre de caisses automatiques est $n = 10$.
   - La probabilité qu'une caisse automatique tombe en panne pendant une journée donnée est $p = 0,1$.
   - Une panne constatée sur une caisse automatique n'influence pas les autres caisses automatiques.

   Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de caisses automatiques qui tombent en panne pendant une journée donnée.

   a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres.

   b. Calculer la probabilité pour qu'aucune caisse automatique ne tombe en panne pendant une journée donnée.

4. Sur la devanture de son magasin, le gérant du supermarché affiche :

   « Plus de 90 % des clients de notre magasin sont satisfaits par la mise en place de nos caisses automatiques. »

   Une association de consommateurs souhaite examiner cette affirmation. Pour cela, elle réalise un sondage : 860 clients sont interrogés, et 763 d'entre eux se disent satisfaits par la mise en place de ces caisses automatiques.

   Cela remet-il en question l'affirmation du gérant ?

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale).
On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.
L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas ;
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- B l'évènement : « l'angine du malade est bactérienne » ;
- T l'évènement : « le test effectué sur le malade est positif ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de E sachant que F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
2. **a.** Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif ?

   b. Montrer que la probabilité que le test soit positif est $0,22$.

   c. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne ?
3. On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine.
   On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.

   a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

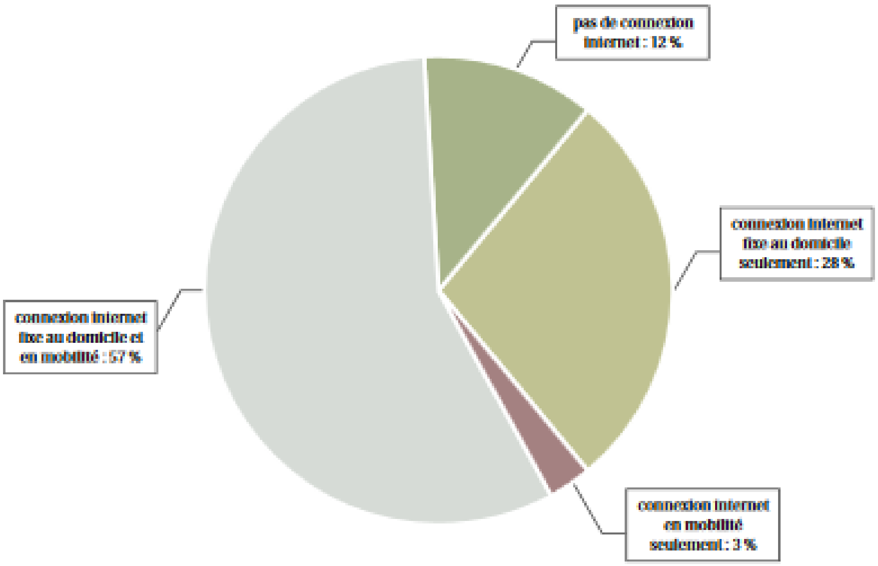
   b. Calculer la probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif.

   c. Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le graphique suivant indique le type de connexion à internet dont disposent les Français âgés de plus de 12 ans en juin 2016.



Source : CREDOC, Enquêtes sur les « Conditions de vie et les aspirations », juin 2016.

On choisit au hasard une personne âgée de plus de 12 ans dans la population française.
On note D l'évènement « la personne dispose d'une connexion internet fixe au domicile ».
On note M l'évènement« la personne dispose d'une connexion internet en mobilité ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

Partie A

1. Donner sans justification $p(D \cap M)$, puis justifier que $p(D) = 0,85$.
2. Calculer la probabilité que la personne dispose d'une connexion internet fixe au domicile sachant qu'elle dispose d'une connexion internet en mobilité.
3. Calculer la probabilité de l'évènement « la personne dispose d'une connexion internet ».
4. Calculer $p_{\overline{M}}\left(\overline{D}\right)$.

Partie B

On interroge un échantillon aléatoire de 100 personnes dans la population française. Soit X la variable aléatoire qui, à cet échantillon, associe le nombre de personnes ayant une connexion internet fixe au domicile.

1. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
2. Déterminer $P(X \leqslant 75)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.