TL1 **DM2**

Exercice 1 :

Dans un magasin de bricolage vendant des cadenas :

- 80 % des cadenas proposés à la vente sont « premier prix », les autres « haut de gamme » ;
- 3 % des cadenas « haut de gamme » sont défectueux ;
- 6 % des cadenas sont défectueux.

On prélève au hasard un cadenas dans le magasin. On note :

- H l'événement : « le cadenas prélevé est haut de gamme » :
- D l'événement : « le cadenas prélevé est défectueux ».

1. Exprimer les données de l'énoncé en termes de probabilités.

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

3. Exprimer la probabilité de l'évènement D en fonction des probabilités des évènements $H, \overline{H}, D$ sachant H et D sachant $\overline{H}$. En déduire la valeur de $p_{\overline{H}}(D)$ et interpréter ce résultat.

4. Le cadenas prélevé est en bon état. Déterminer la probabilité que ce soit un cadenas « haut de gamme ».

5. On prélève dans le stock de ce magasin et de façon indépendante, 100 cadenas au hasard (la quantité de stock est assez grande pour que cette expérience soit assimilée à un tirage avec remise). On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de cadenas défectueux obtenus lors de ce prélèvement.

a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer la probabilité d'obtenir 6 cadenas défectueux lors de ce prélèvement (on arrondira le résultat au centième).

6. Un cadenas défectueux n'est pas mis à la vente, un cadenas premier prix non défectueux est vendu 3€ et un cadenas haut de gamme non défectueux est vendu 7€. On choisit au hasard un cadenas dans le stock du magasin. On appelle Y la variable aléatoire égale au prix de vente d'un cadenas en euros.

a. Donner la loi de probabilité de Y.

b. Calculer l'espérance de Y. Interpréter ce résultat.

c. Combien le magasin peut-il espérer obtenir en vendant 500 cadenas issus de ce stock ?

Exercice 2 :

Des études statistiques envisagent plusieurs scenarii de croissance démographique. Sur le site d'Eurostat, on trouve les projections suivantes pour la France et l'Allemagne entre 2015 et 2080, en millions d'habitants.

Années	2015	2020	2040	2060	2080
France	66,18	67,66	72,77	75,60	78,84
Allemagne	80,71	80,64	77,81	71,02	65,38

Pour tout réel x de $[0\,;70]$, on modélise les populations de la France et de l'Allemagne, en millions d'habitants, pour l'année $(2015+x)$ respectivement par :

$$f(x) = 0{,}00004x^3 - 0{,}005x^2 + 0{,}36x + 66$$
$$et\ g(x) = 0{,}00008x^3 - 0{,}01x^2 + 0{,}09x + 80$$

PARTIE A : Evolution de la population française :

1. Etudier les variations de f sur $[0\,;70]$. Interpréter.
2. Etudier la convexité de f sur $[0\,;70]$. Interpréter en terme de rythme de croissance de la population française.

PARTIE B : Populations de même effectif :

1. Justifier que déterminer la date $(2015+x)$ à laquelle (selon le modèle) la France et l'Allemagne auront une population de même effectif revient à résoudre l'équation (E): $0{,}00004x^3 - 0{,}005x^2 - 0{,}27x + 14 = 0$.
2. **(a)** Etudier les variations de la fonction h définie sur $[0\,;70]$ par $h(x) = 0{,}00004x^3 - 0{,}005x^2 - 0{,}27x + 14$.

(b) En déduire que l'équation admet une solution unique x_0 sur $[0\,;70]$.

3. On considère l'algorithme suivant :

```
A prend la valeur0
B prend la valeur 70
Tant que B − A > 0,1 faire
    X prend la valeur (A+B)/2
    Y prend la valeur h(X)
    Si Y > 0 alors A prend la valeur X
            Sinon B prend la valeur X
    Fin Si
Fin Tant Que
Afficher A et B
```

(a) Compléter le tableau de suivi des variables suivant en exécutant l'algorithme précédent :

A	B	$B-A$	Test $B-A>0{,}1$ (oui ou non)	X	Y	Test $Y>0$ (oui ou non)
0	70					
35	70					

(b) Interpréter les valeurs affichées en sortie dans le contexte de l'exercice.