Exercice 50 p 257.

1) $x_K = \frac{x_Q + x_R}{2} = \frac{-3+(-1)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

$y_K = \frac{y_Q + y_R}{2} = \frac{-5/3 + (-2)}{2} = \frac{-11}{6}$.

$\boxed{K\left(-2\,;\,\frac{-11}{6}\right)}$

2) PQSR (⚠ ordre des points) sera un parallélogramme ssi $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RS}$

Or : $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} -3-2 = -5 \\ -\frac{5}{3} - (-6) = \frac{13}{3} \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix} x_S + 1 \\ y_S + 2 \end{pmatrix}$

D'où $\begin{cases} x_S + 1 = -5 \\ y_S + 2 = \frac{13}{3} \end{cases}$ ie $\begin{cases} x_S = -6 \\ y_S = \frac{7}{3} \end{cases}$

$\boxed{S\left(-6\,;\,\frac{7}{3}\right)}$

Ex 53 p 257 :

1) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-3 = -1 \\ -1-(-3) = 2 \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} -3-(-2) = -1 \\ 1-(-1) = 2 \end{pmatrix}$

D'où $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et ABCD est bien un parallélogramme.

2) a) b) Par symétrie, D est le milieu de [AP] donc $x_D = \frac{x_A + x_P}{2}$

et $y_D = \frac{y_A + y_P}{2}$

D'où $x_P = 2x_D - x_A = -4 - 3 = -7$

$y_P = 2y_D - y_A = -2 + 3 = 1$

Donc $P(-7\,;\,1)$.

Rque : on peut utiliser aussi l'égalité $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DP}$...

De même $Q(-4\,;\,3)$, $R(7\,;\,-3)$, $S(4\,;\,-5)$

c) Alors $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{SR}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

D'où $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$ et PQRS est donc un parallélogramme.

Ex 64 :

B sera sur le cercle de centre Ω passant par A ssi $\Omega B = \Omega A$.

Or $\Omega B = \sqrt{(-4{,}5-3)^2 + (-2{,}5-2)^2}$

$= \sqrt{(-7{,}5)^2 + (4{,}5)^2}$

$= \sqrt{76{,}5}$

et $\Omega A = \sqrt{(6{,}5-3)^2 + (10-2)^2}$

$= \sqrt{3{,}5^2 + 8^2}$

$= \sqrt{76{,}25}$.

On a donc $\Omega B \neq \Omega A$, d'où B n'est pas sur le cercle de centre Ω passant par A.

Ex 74 :

① 3 méthodes :
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ — $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
- AB = CD et AD = BC
- [AC] et [BD] ont le m milieu.

Méthode 3 :

K milieu de [AC] : $x_K = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$

$y_K = \frac{0+4}{2} = 2$

$K\left(\frac{1}{2}\,;\,2\right)$

J milieu de [BD] : $x_J = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$

$y_J = \frac{6+(-2)}{2} = 2$.

$J\left(\frac{1}{2}\,;\,2\right)$

D'où J = K, les diagonales se coupent en leur milieu et ABCD est bien un parallélogramme.

② $AB = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

$BC = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52}$

$AC = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65}$

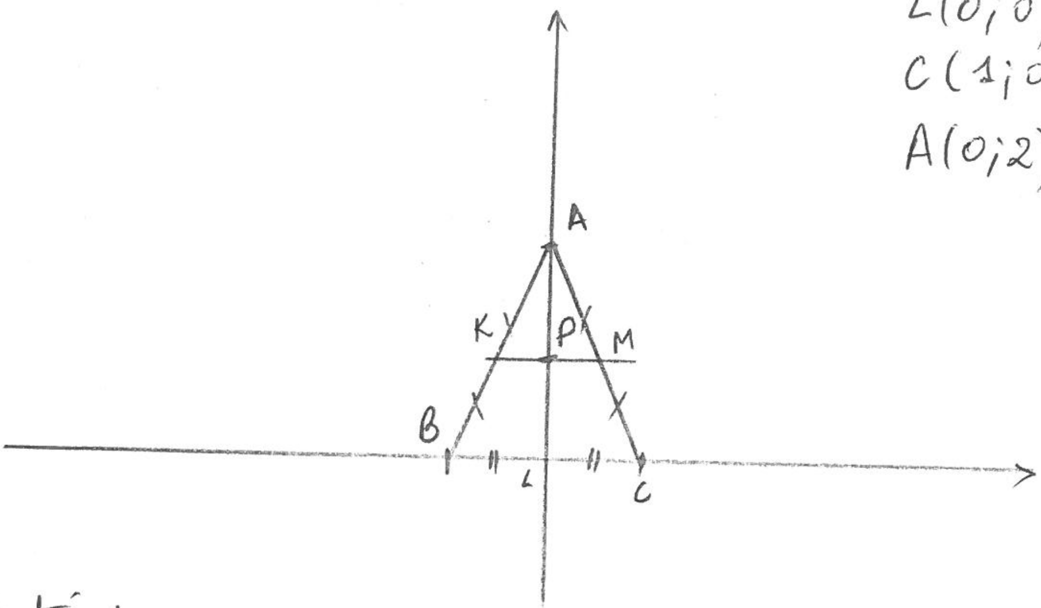
Donc $AB^2 + BC^2 = 13 + 52 = 65$

et $AC^2 = 65$,

D'après la réciproque du th de Pythagore, ABC est rectangle en B.

ABCD est donc un rectangle.

Ex 80 p 259



$L(0;0)$
$C(1;0)$, $P(0;1)$
$A(0;2)$

1) Partie 1 :

(b) L est le milieu de $[BC]$ et $L(0;0)$, $C(1;0)$

Donc • $x_L = \frac{x_B + x_C}{2}$ donne $0 = \frac{x_B + 1}{2}$

D'où $x_B = -1$

• $y_L = \frac{y_B + y_C}{2}$ donne $0 = \frac{y_B + 0}{2}$

D'où $y_B = 0$

$\boxed{B(-1;0)}$

(c) M milieu de $[AC]$:

$x_M = \frac{1}{2}$, $y_M = \frac{0+2}{2} = 1$

D'où $\boxed{M(\frac{1}{2};1)}$

De m. $\boxed{K(-\frac{1}{2};1).}$

(d) Alors $CK = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 1\right)^2 + (1-0)^2}$

$= \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2}$

$= \sqrt{\frac{9}{4} + 1}$

$= \frac{\sqrt{13}}{2}$

De même, $BM = \frac{\sqrt{13}}{2}$,

D'où $BM = CK$.

2) Partie 2 :

On a $AC = AB$ donc A est sur la médiatrice de $[BC]$.

D'où $[AL]$ est la médiatrice de $[BC]$.

Dans la symétrie d'axe (AL) :

$B \longrightarrow C$
$A \longrightarrow A$

Donc milieu $[AB] \longmapsto$ milieu $[AC]$

ie $K \longmapsto M$.

et $M \longmapsto K$

Or la symétrie conserve les distances donc $BM = KC$.