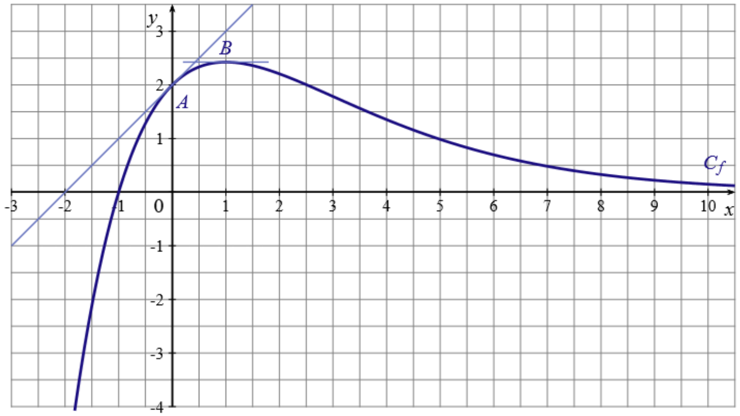
Révisions et compléments sur la dérivée

Exercice 1 :

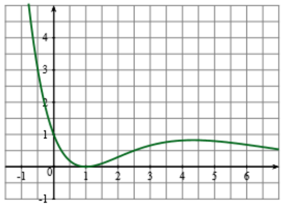
La courbe C_f ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. On sait que :

– la courbe coupe l'axe des ordonnées au point A et la tangente à la courbe au point A passe par le point de coordonnées $(-2;0)$;

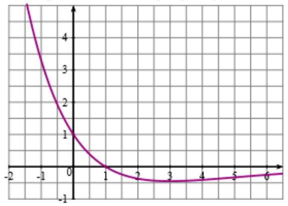
– la courbe admet au point B d'abscisse 1 une tangente parallèle à l'axe des abscisses ;



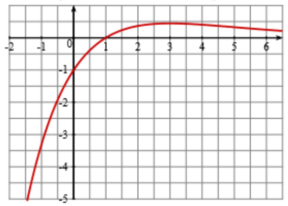
1. À partir du graphique et des renseignements fournis, déterminer $f'(0)$ et $f'(1)$.
2. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



courbe C_1



courbe C_2



courbe C_3

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2-8x+7}{x+1}$. On note f' la dérivée de la fonction f.

Sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan, notée C_f, est donnée en annexe ci-dessous à titre indicatif.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$.
3. Donner le tableau des variations de f.
4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1.
   Tracer sur le graphique donné en annexe, la tangente T.

ANNEXE

Exercice 3 :

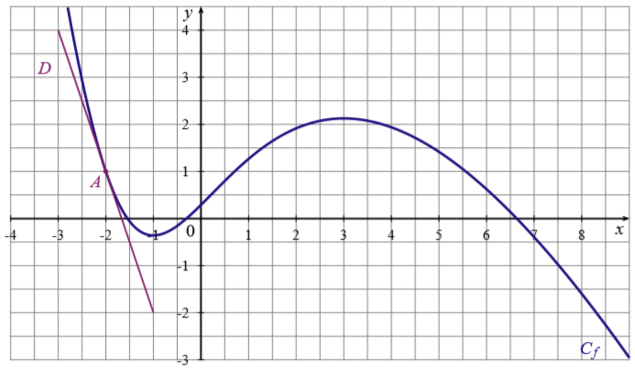
Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.

Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$.

On sait que :

– la droite D est tangente à la courbe C_f au point $A(-2;1)$;

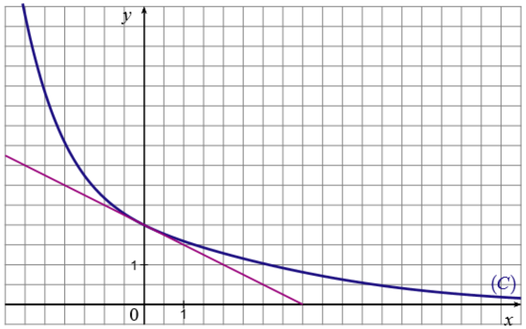
– la courbe C_f admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses aux points d'abscisse -1 et 3.



1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f alors :
   - $f'(-2)=1$
   - $f'(-2)=-3$
   - $f'(-2)>f'(0)$
2. L'équation $f'(x)=0$ admet :
   - une solution
   - deux solutions
   - tois solutions
3. f' est définie sur $\mathbb{R}$ par :
   - $f'(x)=\dfrac{3(x-3)(x^2+1)}{x^2-x+19}$
   - $f'(x)=\dfrac{3(x-3)^2(x+1)}{x+7}$
   - $f'(x)=\dfrac{3(3-x)(x+1)}{x^2+4x+9}$
4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=[f(x)]^2$. Au point d'abscisse -2, la tangente à la courbe représentative de la fonction g a pour équation :
   - $y=9x+19$
   - $y=-6x+13$
   - $y=-6x-11$

Exercice 4 :

La courbe (C) ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f. On sait que :
- la courbe (C) coupe l'axe des ordonnées au point $A(0;2)$;
- la tangente en A à la courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 4.



1. À partir du graphique et des renseignements fournis, déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

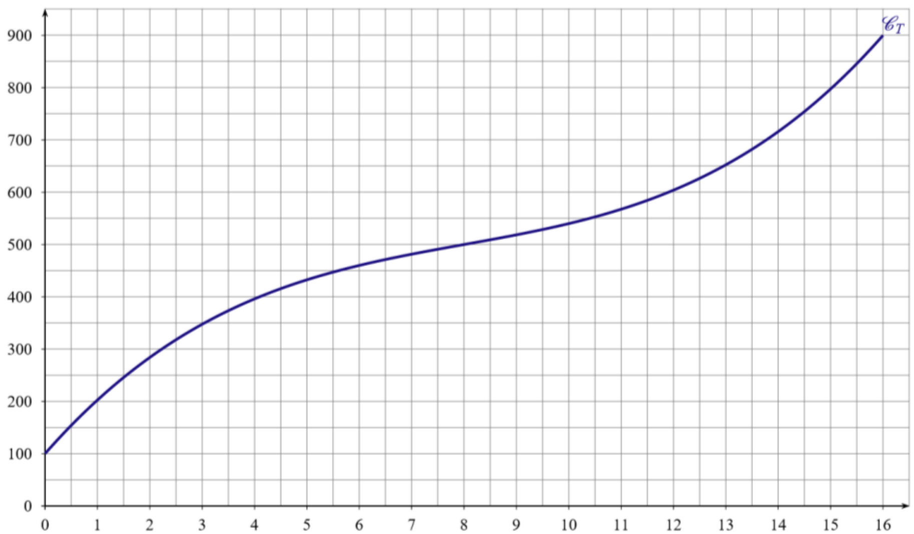
   Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 0.

Exercice 5 :

Soit C la fonction définie pour tout x élément de l'intervalle $]0;16]$ par $C(x) = 0{,}5x^3 - 12x^2 + 114x + 100$.
La fonction C modélise le coût total de production, exprimé en euro, de x centaines d'articles fabriqués par jour.
Sa représentation graphique sur cet intervalle, notée $\mathscr{C}_T$, est donnée en annexe.

1. La recette totale en euros pour x centaines d'articles est donnée, en admettant que toute la production soit vendue, par $R(x) = 100x - 3x^2$.
   a) Tracer sur le graphique joint en annexe, la courbe Γ représentative de la fonction R.
   b) Par lecture graphique, déterminer :
   - l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour qu'il y ait un bénéfice ;
   - la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.
2. Le bénéfice est la fonction B définie sur l'intervalle $]0;16]$ par $B(x) = R(x) - C(x)$.
   a) Calculer $B'(x)$.
   b) Étudier les variations de la fonction B.
   c) En déduire la production x_0 (*arrondie à l'article près*) pour laquelle le bénéfice est maximal. Quel est le montant arrondi à l'euro près, de ce bénéfice maximal ?

ANNEXE



Exercice 6 : Calculer les dérivées des fonctions suivantes sur leurs ensembles de définition à déterminer :

1. $f(x) = -2x^6 + 3x^2 - x + 4$
2. $g(x) = \frac{-x+4}{4x-3}$
3. $h(x) = (3x^4 - 5x^2)(8x^5 - 3x^4 - 6x)$
4. $k(x) = \frac{5x^2-4x+7}{-3x^2+x-5}$
5. $b(x) = -\frac{3}{x} + x - 5$
6. $c(x) = 2x^3 - 7x(2x - \sqrt{x})$
7. $t(x) = \sqrt{4x-1} + \frac{2x}{x^2+1}$
8. $s(x) = x\sqrt{x}$
9. $f(x) = (3x^2 + 4)^5$
10. $g(x) = \frac{-2}{(x^2+2)^4}$