

# Probabilités et statistiques

## I- Notion élémentaire de probabilité :

Le calcul de probabilités peut parfois se faire de façon intuitive en utilisant la symétrie de l'expérience étudiée et souvent l'équiprobabilité de chaque événement ou issue possible.

D'autres fois en revanche, cela sera impossible, auquel cas, le recours à l'informatique et aux outils de simulation seront indispensables ; on utilise dans ces cas très souvent une approximation par les fréquences observées de façon expérimentale (approche fréquentiste des probabilités).

### a) La formule de Laplace :

- Lancer d'une pièce : on tire à pile ou face. Il est clair que la probabilité d'obtenir Pile est la même que celle d'obtenir face :  $\frac{1}{2}$  dans chaque cas.
- Un lance un dé non truqué : les issues possibles sont « 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ». Il est également clair que la probabilité de sortie de chaque chiffre est  $\frac{1}{6}$ .
- On dispose d'un jeu de 32 cartes, on veut connaître la probabilité de tirer un as ou un trèfle. Il y a 4 as et 8 trèfles (dont un as) donc 11 cas favorables au gain. La probabilité de gagner est donc  $\frac{11}{32}$ .

Dans tous ces cas, il y a équiprobabilité des différentes issues, pour calculer la probabilité d'un événement, on réalise le calcul suivant :

$$\frac{\text{nombre de cas favorables à l'événement}}{\text{nombre de cas possibles dans l'expérience}}$$

### b) Représentation par un arbre :

- *Exemple 1* : Au tennis, Fabio réussit sa première balle avec 65% de réussite. Lorsqu'il rate son premier service, il ne réussit sa deuxième balle que dans 45% des cas. Quelle est la probabilité qu'il commette une double faute ?

- *Exemple 2* : Dans une urne, il y a 4 boules portant le numéro 1, 2 boules le numéro 2, 3 portant le n°3, 2 portant le n°4 et une boule portant le 5. Ces boules sont indiscernables au toucher.

1°) Quelle est la probabilité de tirer un nombre pair ?

2°) Quelle est la probabilité de ne pas tirer le nombre 1 ?

### c) Langage et propriétés :

- Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas se produire en même temps.
- L'événement contraire d'un événement est celui qui se réalise lorsque le premier événement n'a pas lieu.
- La probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1. On peut l'exprimer sous diverses formes : décimale, pourcentage, fraction.
- La probabilité d'un événement qui se produit nécessairement (événement certain) est 1.
- Un événement et son contraire sont incompatibles et la réalisation de l'un ou l'autre est certaine. Donc la somme de leur probabilité est égale à 1.
- En particulier, la probabilité d'un événement impossible est 0.

## II- Caractéristiques d'une série statistique :

On étudie un caractère qualitatif ou quantitatif sur une certaine population. Pour chaque valeur prise par ce caractère, on obtient un effectif de population, puis on calcule parfois la fréquence de cette valeur du caractère dans la série.

### a) Définitions :

- On appelle médiane  $m$  d'une série statistique d'un caractère quantitatif, dont les valeurs sont ordonnées, tout nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif.
- Le premier quartile d'une série statistique est la plus petite valeur  $Q1$  telle qu'au moins 25% des valeurs de la série sont inférieures ou égales à  $Q1$ .

- Le troisième quartile d'une série statistique est la plus petite valeur Q3 telle qu'au moins 75% des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Q3.
- L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

**b) Série statistique donnée par une liste :**

Voici le temps consacré, en minutes, au petit déjeuner par les élèves de la classe :

.....  
 .....

Caractère : .....

Population : .....

Déterminons le temps moyen, le temps médian, le premier, le troisième quartile et l'étendue de cette série statistique.  
 Il faut commencer par ordonner les valeurs en ordre croissant (sur le cahier).

**c) Série statistique donnée par un tableau :**

On donne la répartition dans un tableau des pointures des élèves de la classe :

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Effectifs												
Fréquences												
Fréquences cumulées croissantes												

Déterminons la pointure moyenne, la médiane, le premier, le troisième quartile et l'étendue de cette série statistique (il faut commencer par calculer les fréquences cumulées croissantes (4<sup>ème</sup> ligne)... Exemple traité sur le cahier).

**d) Série statistique donnée par un graphique :**

Les divers types de graphiques que vous devez connaître sont :

- diagrammes en tuyaux d'orgue, en bandes, à secteurs (caractère qualitatif)
- diagrammes en bâtons (caractère qualitatif ou quantitatif discret) ou histogramme (caractère quantitatif continu : regroupé en classes par exemple),
- nuage de points ou courbe représentative.

