

**DS2     Sujet 1**  
**Théorème de Thalès**

*Le soin apporté à la justification des réponses et la qualité de la rédaction constituent l'un des objectifs majeurs des programmes de mathématiques et entreront pour une part importante dans la notation.*

**Points du cahier : (2 points)**

**Exercice 1 : (3 points)** *Brevet Polynésie septembre 2010*

Avec un projecteur de cinéma, une image sur un film est projetée sur un écran. Sur le film, une image rectangulaire de 70 mm de long et 52,5 mm de large peut être agrandie sur un écran jusqu'à  $588 \text{ m}^2$ .

1. On appelle format de l'image le rapport  $\frac{\text{longueur de l'image}}{\text{largeur de l'image}}$ . Montrer que l'image sur le film est au format  $\frac{4}{3}$ . Justifier.
2. Calculer en  $\text{mm}^2$  l'aire de l'image sur le film. Convertir en  $\text{m}^2$ .
3. Pour obtenir une image de  $588 \text{ m}^2$  sur l'écran, la longueur et la largeur de l'image sur le film ont été multipliées par un coefficient  $k$ . Le format  $\frac{4}{3}$  de l'image est conservé. Quelles sont les dimensions sur l'écran ? Justifier votre démarche.

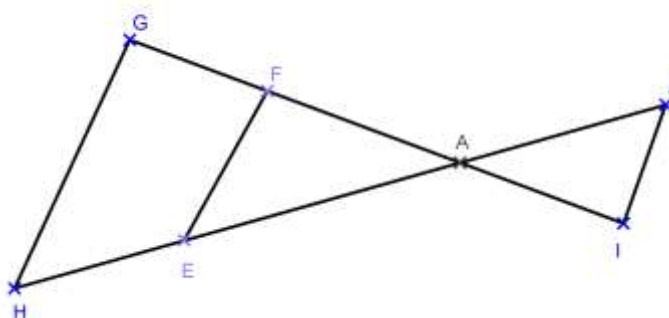
*L'évaluation de cet exercice tiendra compte des observations et étapes de recherche même incomplètes.*

**Exercice 2 : (4 points)** *La figure n'est pas en vraie grandeur, et n'est pas à reproduire.*

Les droites (IG) et (JH) se coupent en un point

A. On a  $E \in (JH)$  et  $F \in (IG)$ . Les droites (EF) et (HG) sont parallèles. De plus  $AE = 3$ ,  $AF = 4$ ,  $AH = 7$  et  $EF = 6$ .

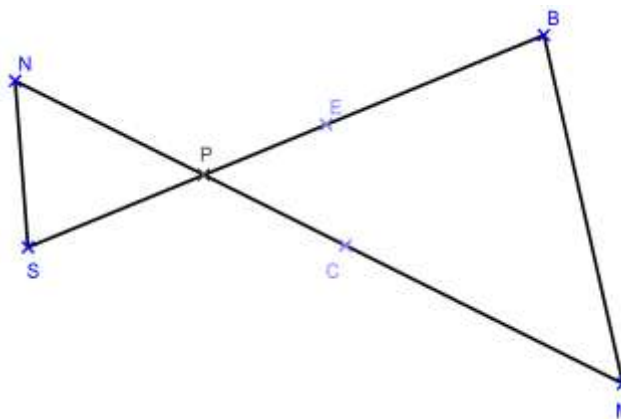
1. Calculer AG et HG. Justifier.
2. On a  $AI = 6$  et  $AJ = 4,4$ . Les droites (EF) et (IJ) sont-elles parallèles ? Justifier.



**Exercice 3 : (6,5 points)** *La figure n'est pas en vraie grandeur, et n'est pas à reproduire.*

On donne  $PM = 12$     $MB = 6,4$     $PB = 13,6$     $PN = 9$ . De plus les droites (MB) et (NS) sont parallèles.

1. Calculer PS.
2. a) Quelle est la nature du triangle PBM ? Justifier.  
b) En déduire la nature du triangle PNS puis calculer NS.
3. Soient E le point de [PB] tel que  $PE = 3,4$  et C le point de [PM] tel que  $PC = 3$ . Les droites (CE) et (MB) sont-elles parallèles ? Justifier.



**Exercice 4 : (4,5 points)** ABC est un triangle rectangle en A avec  $AB = 4 \text{ cm}$  et  $AC = 3 \text{ cm}$ . M est un point de [BC], P est un point de [AB] et Q est un point de [AC] tels que APMQ soit un rectangle. On nomme  $x$  la longueur du segment [PB] en cm.

1. Faire une figure.
2. a) Exprimer PM en fonction de  $x$ .  
b) Exprimer alors en fonction de  $x$  le périmètre de APMQ.  
c) Peut-on trouver  $x$  pour que le périmètre de APMQ soit égal à 7 cm ? Si oui, donner cette valeur.

### 3<sup>ème</sup>-CORRIGE- DS2 Thales- Sujet 1

#### Exercice 1 :

1. On a  $\frac{\text{longueur de l'image}}{\text{largeur de l'image}} = \frac{70}{52,5} = \frac{700}{525} = \frac{4}{3}$ . Donc l'image sur le film est bien au format  $\frac{4}{3}$

2. L'aire de l'image sur le film est  $70 \times 52,5 = 3675 \text{ mm}^2 = 36,75 \text{ cm}^2 = 0,003675 \text{ m}^2$ .

3. La longueur et la largeur de l'image sur le film sont été multipliées par un coefficient  $k$ , donc l'aire de l'image sera multipliée par  $k^2$ . Or l'image mesurait  $0,003675 \text{ m}^2$  et mesure à présent  $588 \text{ m}^2$ .

L'aire a donc été multipliée par :  $\frac{588}{0,003675} = 160\,000$ . Le coefficient  $k$  vaut donc  $\sqrt{160000} = 400$ . Les dimensions de l'image sur l'écran sont donc  $L = 70 \times 400 = 28\,000 \text{ mm} = 28 \text{ m}$  et  $l = 52,5 \times 400 = 21000 \text{ mm} = 21 \text{ m}$ .

#### Exercice 2 :

1°) Les triangles AFE et AGH sont en configuration de Thalès, avec les droites (JH) et (IG) parallèles.

D'après le théorème de Thalès on a :  $\frac{AF}{AG} = \frac{AE}{AH} = \frac{FE}{HG}$  soit  $\frac{4}{AG} = \frac{3}{7} = \frac{6}{HG}$ .

- En particulier  $\frac{4}{AG} = \frac{3}{7}$ . D'où  $AG = \frac{28}{3}$
- De même  $\frac{3}{7} = \frac{6}{HG}$ . D'où  $HG = \frac{42}{3} = 14$ .

2°) On a d'une part  $\frac{AE}{AJ} = \frac{3}{4,4} = \frac{30}{44} = \frac{15}{22}$  et d'autre part  $\frac{AF}{AI} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ . D'après le théorème de Thalès, les droites (EF) et (IJ) ne sont pas parallèles, sinon ces deux rapports seraient égaux.

#### Exercice 3 :

On donne  $PM = 12$   $MB = 6,4$   $PB = 13,6$   $PN = 9$ . De plus les droites (MB) et (NS) sont parallèles.

1°) Les triangles PNS et PBM sont en configuration de Thalès, avec les droites (NS) et (BM) parallèles.

D'après le théorème de Thalès on a :  $\frac{PN}{PM} = \frac{PS}{PB} = \frac{NS}{MB}$  soit  $\frac{9}{12} = \frac{PS}{13,6} = \frac{NS}{6,4}$ .

En particulier  $\frac{9}{12} = \frac{PS}{13,6}$ . D'où  $PS = \frac{9 \times 13,6}{12} = 10,2$

2°) a) On a d'une part  $PB^2 = 13,6^2 = 184,96$  et d'autre part  $PM^2 + MB^2 = 12^2 + 6,4^2 = 184,96$ . Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, PBM est rectangle en M.

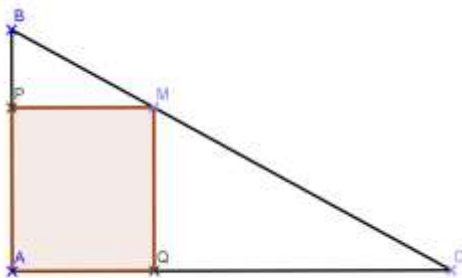
b) (MB) étant parallèle à (NS) on en déduit que PNS est rectangle en N.

D'après 1°) on a  $\frac{9}{12} = \frac{NS}{6,4}$ . D'où  $NS = 4,8$ . (ou théorème de Pythagore).

3°) On a d'une part  $\frac{PE}{PB} = \frac{3,4}{13,6} = \frac{34}{136} = \frac{1}{4}$  et d'autre part  $\frac{PC}{PM} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ . Or les points P, E, B d'une part et P,

C, B d'autre part sont alignés dans le même ordre. Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EC) et (BM) sont parallèles.

#### Exercice 4 :



2°) a) On a dans le triangle ABC, M sur [BC], P sur [AB] et (PM) parallèle à (AC). D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{BP}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{PM}{AC} \text{ soit } \frac{x}{4} = \frac{PM}{3} = \frac{BM}{BC}.$$

En particulier  $\frac{x}{4} = \frac{PM}{3}$ . D'où  $PM = \frac{3}{4}x$ .

b)  $P_{APMQ} = 2AP + 2AQ = 2(4-x) + 2 \times \frac{3}{4}x = 8 - 2x + \frac{3}{2}x = 8 - \frac{x}{2}$

c) On aura  $P_{APMQ} = 7$  si  $8 - \frac{x}{2} = 7$  c'est à dire pour  $x = 2$ . Le point P est alors le milieu du segment [AB].